

$$(3) \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{3v'}{v'^2 + 1}$$

stattfindet.

Um nun $\frac{1}{T}$ als Funktion der Bogenlänge s darzustellen, bedenken wir, daß die letztere ungeändert bleibt, wenn unsere Zylinderfläche in eine Ebene verbogen wird. Hierbei gehen nach unseren früheren Erörterungen u, v, v' bzw. in x, y, y' über, und es verwandeln sich gleichzeitig unsere Raumkurven in ebene Kurven von der in den §§ 2, 3 und 4 untersuchten Beschaffenheit. Es wird daher zunächst

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{3y'}{y'^2 + 1},$$

und, da $y' = \tan \tau$ ist,

$$(4) \quad T = \frac{a}{3} \cdot \frac{\tan^2 \tau + 1}{\tan \tau}.$$

Somit haben wir T als Funktion des Parameters τ dargestellt. Nun war andererseits mittels der Formeln (3) des vorigen Paragraphen $\tan \tau$ durch die Bogenlänge s ausgedrückt worden; mithin sind wir sofort imstande, auch T als Funktion von s darzustellen. Wir unterscheiden hierbei abermals, ob $\lambda < 1$, $\lambda > 1$ oder $\lambda = 1$ ist.

Wenn $\lambda < 1$ ist, muß die zuletzt gefundene Gleichung (4) mit der Formel (3a) des vorigen Paragraphen kombiniert werden; dann findet man durch Elimination von $\tan \tau$ die Gleichung

$$(5a) \quad T = \frac{a}{3} \sqrt{1 + \lambda} \cdot \frac{1 + D^2}{2SC},$$

in welcher S, C, D zur Abkürzung stehen für die drei elliptischen Funktionen sn, cn, dn des Arguments $\frac{s}{a} \frac{\sqrt{1 + \lambda}}{\lambda}$ und des Moduls $\sqrt{\frac{2\lambda}{1 + \lambda}}$.

Wenn $\lambda > 1$ ist, müssen wir unsere Gleichung (4) mit der Formel (3b) des vorigen Paragraphen kombinieren; dann gelangen wir zu der Relation

$$(5b) \quad T = \frac{a}{3} \sqrt{2\lambda} \cdot \frac{1 + C^2}{2SD},$$

in welcher diesmal S, C, D die drei elliptischen Funktionen des Arguments $\frac{s}{a} \sqrt{\frac{2}{\lambda}}$ und des Moduls $\sqrt{\frac{\lambda + 1}{2\lambda}}$ bedeuten.

Wenn endlich $\lambda = 1$ ist, muß die Formel (3c) des vorigen Paragraphen benutzt werden; dann ergibt sich die Gleichung

$$(5c) \quad T = \frac{a}{3} \sqrt{2} \cdot \frac{1 + \text{Cof}^2\left(\frac{s}{a} \sqrt{2}\right)}{2 \text{Sin}\left(\frac{s}{a} \sqrt{2}\right)},$$

in der, wie man sieht, keine elliptischen Funktionen vorkommen.

Hiermit haben wir unsere Aufgabe vollständig gelöst.