SOLEMNIA

CREATIONIS

PHILOSOPHIAE · DOCTORVM

ET

LL. AA. MAGISTRORVM

D. XIII. FEBR. A. MDCCCXXIII

IN CONCLAVI

IN QVO PHILOSOPHORVM ORDO CONVENTVS SVOS AGERE SOLET

RITE PERACTA

PRAEMISSA FORMVLARVM VALOREM PRAESENTEM PENSIONVM ANNVARVM COMPVTANDI RECOGNITIONE ET DISPVNCTIONE

NVNTIAT

CAROLVS BRANDANVS MOLLWEIDE

ORDINIS PRAEDICTI H. T. DECANVS.

LIPSIAE

LITTERIS STARITII, TYPOGR. VNIVERS.

Sächs. Landes-Bibl.

them.

3/14

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/2
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Scriptores arithmetici, qui de computatione vſurarum et interuſurii praecipiunt, inde a longo tempore circa ſolutionem huius quaeſtionis:

Sors quaedam in ſoenus elocata vna cum vſuris inde percipiendis aequis annuis penſionibus redditur, ita ſcilicet, vt per certum annorum numerum quotannis ſumma aequalis, quum pro vſuris tum pro reſtitutione ſortis, exſoluatur, quaeritur ſumma pecuniae ab initio mutuo datae et acceptae;

nec non et illius, quae iſta ipſa, inuerſa modo, eſt:

Si ſors aliqua in praeſens debita aequis penſionibus annuis diſſoluenda eſt, quaeritur ſumma quotannis perſoluenda, vt poſt certum annorum numerum, totum, quod debebatur, vna cum vſuris ex repraeſentationis mora enatis exhauſtum ſit;

propoſitis diuerſis eas quaeſtiones reſoluendi formulis, in varias abiere ſententias. Litem nec nouiſſimis temporibus eſſe compoſitam, neque adhuc rem adeo ad liquidum perductam, vt nullum dubium circa genuinum reſolutionis modum ſuperſit, arguit recentiſſimus, quaeſtiones iſtas inter multas alias verſans liber *), tradita iuxta veram et ſolam probandam formulam etiam minus exacta falſaeque interuſurii computationi innixa **). Quae quidem formularum diuerſitas facile tolerari vel omnino negligi poſſet, ſi res intra fines merae contemplationis conſiſteret, nec cum vſu hominum coniuncta

*) *Brune Kurzgefaſste Darstellung der einfachen und zusammengesetzten Zinsrechnung. Lemgo*, 1813.

**) l. l. *Abschnitt I.* §. 26. *Abschn. II.* §. 31.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/3 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

eſſet, verum quum in caſu aliquo obuio inde haud parum detrimenti creditori aut debitori exſiſtere poſſit, multum omnino intereſſe cenſendum eſt, vt repudiatis omnibus aliis rationibus mancis atque ſpuriis ſoli verae et legitimae inhaereatur. Conſtitui igitur hanc ſcribendi occaſionem nactus varios, qui ad meam notitiam peruenere, modos, quaeſtiones modo propoſitas ſoluendi, quantum res fert, breuiter exponere, atque examini paullo accuratiori ſubiicere, ſi forte aliquid in medio ponere poſſim, quo efficiatur, vt tandem genuinus reſolutionis modus omni circa eum dubitatione ſublata eniteat atque emergat. Quoniam vero reſoluta priore quaeſtione etiam alterius ſolutio in poteſtate eſt, in iis, quae iam ſequentur, priorem ſolam reſpiciemus. Deſignabimus autem in calculis noſtris ſortem elocatam per p, penſionem annuam, quae eius vice quotannis ſoluitur per a, numerum annorum, quibus penſio praeſtatur, per n, denique vſuras, quae de ſorte $= 1$ in annum penduntur, per r.

1. Iam primus reſolutionis modus hic eſt *). Inueſtigatur tempus, poſt quod debitor ſummam *penſionum omnium* ſimul ſine incommodo ſuo reddere poteſt. Inuenitur id multiplicando numerum annorum, poſt quos *ſingulae penſiones debentur*, per penſiones ipſas, et diuidendo aggregatum productorum omnium per ſummam penſionum **). Eſt igitur $\frac{a+2a+3a+\ldots+na}{na} = \frac{n+1}{2}$ annorum. Intra hoc tempus ſors $= 1$ parit vſuras $\frac{n+1}{2}r$, iisque creſcit in $1+\frac{n+1}{2}r$, vnde per auream proportionis regulam conficitur, quia ſummae $1+\frac{n+1}{2}r$ poſt $\frac{n+1}{2}$ annos debitae valor praeſens eſt 1,

*) Mentio eius iniicitur in libro bonae frugis pleniſſimo: *Ein new und wohl gegründt Rechenbuch — — durch Simon Jacob von Coburg. Frankfurt a. M.* 1600., p. 186. nro. 75. Auctor ipſe illum non probauit, ſed legitimum modum ſequutus eſt.

**) De hac, quam vocant, reductione terminorum ad eumdem terminum medium paſſim in libris arithmeticis exponitur. Vid. inter multos: *Fortsetzung der Rechenkunst, von A. G. Kästner*, p. 155. ed. ſec.; *Rechenbuch für das gemeine Leben, von E. G. Fischer, Th. II.* §. 130.; *die Rechenkunst, abgehandelt von F. C. L. Karsten*, p. 296. ed. nouiſſ.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/4 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

vt ſummae na poſt idem tempus caeduae valor praeſens ſit $\frac{na}{1+\frac{n+1}{2}r}$, quem quum ſors elocata exaequare debeat, habetur

$$p = \frac{na}{1+\frac{1}{2}(n+1)r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{I})$$

et viciſſim

$$a = \frac{(1+\frac{1}{2}(n+1)r)p}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{II})$$

2. Qui altera reſolutionis ratione *) vtuntur, quaerunt valores, quos ſingulae penſiones annuae in fine anni $n$ti, ſi ſolutio ipſarum in iſtum terminum transferreretur, accedentibus vſuris, habiturae eſſent. Hi valores, propterea quod ex ſorte $= 1$ annis $n-1$; $n-2$; $n-3$; . . . . . 1; 0, reſpectiue ſit $1+(n-1)r$; $1+(n-2)r$; $1+(n-3)r$; . . . . . $1+r$; 1, et prima penſio annos $(n-1)$; ſecunda annos $(n-2)$; tertia annos $(n-3)$; . . . . . antepenultima annos duos; penultima annum vnum reſeruatur et vſuras fert, vltima vero ad diem ſoluitur, ſunt ex ordine $a+(n-1)ra$; $a+(n-2)ra$; $a+(n-3)ra$; . . . . . $a+2ra$; $a+ra$; a, quorum ſumma inuenitur $= na+\frac{n(n-1)}{2}ra$. Tantum ergo eſt, quantum poſt n annos debetur. Vt habeatur, quantum in praeſentia debeatur, ſive ſors elocata, ad regulam in art. praec. expoſitam quaerendus eſt valor praeſens ſummae modo inuentae, qui quidem inuenitur eſſe $= \frac{na+\frac{1}{2}n(n-1)ra}{1+nr}$. Quare ſit, vt

*) Rationem hanc tradunt omnes, quos euoluendi mihi copia data eſt, ſcriptores Anglorum argumentum hoc attingentes, HARRIS in *Lexico technico* ſub voc. *Intereſt*; WILL. EMERSON in: *A Treatiſe of Algebra, B. II. Sect. II. Probl. XXXI.* THOM. SIMPSON in: *A Treatiſe of Algebra, Sect. XVI.*; CHARLES VYSE in: *The Tutor's Guide, B. II. Part. III. p.* 198. *ed. octav.*; et FRANCIS BAILY in: *The Doctrine of Intereſt and Annuities, Chapt. VI.* §. 57. SIMPSONUS ſatis habet monuiſſe, determinationem pretii penſionum annuarum in nummis praeſentibus, admiſſis ſimplicibus tantum vſuris, rem eſſe contemplationis potius quam vſus. BAILY quidem monet, valorem praeſentem penſionum annuarum hac ratione inuentum iuſto maiorem eſſe, ſed quae ad id probandum affert, rem minime conficere videntur. Ne plura, nemo horum ſcriptorum dedita opera ineptitudinem formulae hac ratione deductae demonſtrauit, nec BRUNE inter noſtrates id adſequutus eſt, quamquam quaedam contra FLORENCOURTIUM, qui hanc quoque computandi rationem in libro notiſſimo: *Abhandlungen aus der juriſtiſchen und politiſchen Rechenkunſt*, cap. I. §. 52. propoſuerat, disputat, l. l. Sect. I. §. 27.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/5
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

fit

$$p = \frac{n\,a\,(1+\frac{1}{2}(n-1)\,r)}{1+nr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$

et

$$a = \frac{(1+nr)\,p}{n\,(1+\frac{1}{2}(n-1)\,r)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

3. Ex tertia reſolutionis methodo *) rediguntur penſiones ſingulae ſecundum praecepta art. 1. tradita ad valores ſuos praeſentes, ſiue quaeruntur totidem, quot penſiones ſunt, ſortes, quae vſuris pro temporis intermedii ratione auctae, die ſolutioni penſionis vniuscuiusque praeſtituta, ipſam penſionis ſummam conficiunt. Ex his ſortibus ſingularibus quum ſors elocata, tamquam totum ex ſuis partibus, confletur atque compoſita ſit, ſequitur iam, vt ſit $p = \frac{a}{1+r} + \frac{a}{1+2r} + \frac{a}{1+3r} + \ldots + \frac{a}{1+nr}$, tot terminis acceptis, quot penſiones ſunt, ſive

$$p = a\,S\frac{1}{1+nr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V)}$$

proinde

$$a = \frac{p}{S\frac{1}{1+nr}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VI)}$$

denotante $S\frac{1}{1+nr}$ ſummam ſeriei, cuius *terminus generalis* ſiue *ntus* eſt $\frac{1}{1+nr}$, ex quo reliqui deinceps formantur tribuendo ipſi n ſucceſſive valores 1, 2, 3, etc.

Quo computatio ad vnam vel alteram harum formularum inſtitui poſſit, ſumma progreſſionis harmonicae $\frac{1}{1+r} + \frac{1}{1+2r} + \frac{1}{1+3r} + \ldots + \frac{1}{1+nr}$ **)

*) Methodus haec, in qua computatio interuſurii vulgo dicta Hoffmanniana vſurpatur, longe ante Hoffmannum, qui puguando contra Leibnitii rationem interuſurii computandi nomen ſibi fecit, in vſu fuit, ſicuti vel inde conſtare poteſt, quod Leibnitius ſuam rationem alii minus exactae oppoſuit. Sine dubio iam Lucas de Burgo Sancti Sepulcri in ſua: Summa Arithmeticae et Geometriae, interuſurium computare docuit; ſcriptores arithmetici enim ſeculi XVI. *in* inſtitutionibus ſuis arithmeticis librum hunc preſſe ſecuti ſunt, id quod exempla iisdem fere verbis ac numeris prolata ſatis aperta monſtrant. Vid. *Geschichte der Mathematik von Kästner. Bd. I.* S. 78.

**) Baily, qui libr. ante laud. methodi huius, valorem praeſentem penſionum annuarum computandi, mentionem iniicit, ſummationem ſeriei harmonicae, vt nimis

in promtu ſit, requiritur. Quando n numerus paruus eſt, denarium vel adeo vicenarium non excedens, ſumma requiſita communi additionis via, labore ſatis tolerabili, inuenitur. Quum vero n eſt numerus paullo maior, tunc praeſtat adhibere alterutram harum, quas analyſis ſuppeditat, formularum

---

arduam neque vllius plane vſus, haud ſuſcepit, BRUNE e contrario eamdem praeeunte EULERO, analyſeos ſublimioris ſubſidio abſoluere docuit. Poterat ea modo magis elementari et ad captum plurium lectorum accommodato perfici, quem hic exponere haud ab re fuerit.

Primum inueſtigatur Sn^m ſeu $1^m + 2^m + 3^m + \ldots\ldots + n^m$ ea via ac ratione, quam Io. BERNOULLIUM ducem ſecutus KAESTNERUS in *Analyſi finitorum* §. 756. edit. nouiſſ. monſtrauit. Ex hac deducitur tum facile ſumma $n^m + (n+1)^m + (n+2)^m + \ldots\ldots + (n+q)^m$. Qua inventa habetur quoque ſumma poteſtatum $m$tarum terminorum x primorum progreſſionis arithmeticae cuiusvis, ſive $a^m + (a+b)^m + (a+2b)^m + \ldots\ldots + (a+(x-1)b)^m$, quippe quae, poſito $a+(x-1)b = z$, et adhibita EULERIANA numerorum, qui ab inventore IAC. BERNOULLIO denominantur, notatione, reperitur $= \frac{z^{m+1} - a^{m+1}}{(m-1)b}$

$+ \frac{1}{2}(z^m + a^m) + \frac{m\mathfrak{A}b}{1.2.}(z^{m-1} - a^{m-1}) - \frac{m(m-1)(m-2)\mathfrak{B}b^3}{1.\ 2.\ 3.\ 4}(z^{m-3} - a^{m-3}) + \text{etc.}$

Statutis nunc $m = -1$, $b = 1$, ideoque $z = a + x - 1$, et perpenſo, pro $\omega = \frac{1}{\infty}$, eſſe $\frac{z^\omega - a^\omega}{\omega}\left(= \frac{z^\omega - 1}{\omega} - \frac{a^\omega - 1}{\omega}\right) = \text{log. nat.}\frac{z}{a}$, fit $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1} + \ldots\ldots + \frac{1}{a+x-1}$

$= \text{log. nat.}\frac{z}{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{z}\right) + \frac{\mathfrak{A}}{2}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{z^2}\right) - \frac{\mathfrak{B}}{4}\left(\frac{1}{a^4} - \frac{1}{z^4}\right) + \frac{\mathfrak{C}}{6}\left(\frac{1}{a^6} - \frac{1}{z^6}\right) - \text{etc.},$

vnde demendo vtrinque $\frac{1}{a}$ eſt, $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+2} + \ldots\ldots + \frac{1}{a+x-1} = \text{log. nat.}\frac{z}{a} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z}\right)$

$+ \frac{\mathfrak{A}}{2}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{z^2}\right) + \frac{\mathfrak{B}}{4}\left(\frac{1}{a^4} - \frac{1}{z^4}\right) - \text{etc.}$ Hinc faciendo $a = \frac{1}{r}$, $x = n+1$, obtinetur prior formularum infra traditarum, quam ſolam BRUNE exhibuit. Altera, quae perquam generali ſeries, quarum terminus generalis datur, ſummandi formula nititur, ad eam reduci ſicque veritas eius comprobari poteſt.

Ceterum hac occaſione ad comparationem librorum BRUNII et BAILYI, quorum ille volumine ſatis exiguo longe maiorem copiam problematum vtilium continet, quam hic volumine ſpiſſiori, delatus non poſſum, quin exclamem

Felices, ſua ſi bona norint, Germanos!

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/7 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

$$S\frac{1}{1+nr} = \frac{1}{r}\text{ log. nat. }(1+nr) - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{1+nr}\right) + \frac{\mathfrak{A}r}{2}\left(1 - \frac{1}{(1+nr)^2}\right)$$
$$- \frac{\mathfrak{B}r^3}{4}\left(1 - \frac{1}{(1+nr)^4}\right) + \frac{\mathfrak{C}r^5}{6}\left(1 - \frac{1}{(1+nr)^6}\right) - \text{ etc.}$$
$$= \frac{1}{r}\text{ log. nat. }\frac{2+(2n+1)r}{2+r} - \frac{(2-1)\mathfrak{A}r}{1}\left(\frac{1}{(2+r)^2} - \frac{1}{(2+(2n+1)r)^2}\right)$$
$$+ \frac{(2^3-1)\mathfrak{B}r^3}{2}\left(\frac{1}{(2+r)^4} - \frac{1}{(2+(2n+1)r)^4}\right)$$
$$- \frac{(2^5-1)\mathfrak{C}r^5}{3}\left(\frac{1}{(2+r)^6} - \frac{1}{(2+(2n+1)r)^6}\right)$$
$$+ \text{ etc.}$$

vbi $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, etc. numeros Bernoullianos ex ordine denotant, quorum valores, vt conſtat, ſunt $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{30}$ etc. Iisdem ſummae formulis in rationibus generaliter ſubducendis vtendum, quando exempli cauſa annorum numerus n generatim per a, p et r exhibendus eſt. In quouis vero caſu, quoniam omnes omnino termini ſerierum pro $S\frac{1}{1+nr}$ exhibitarum in computum venire nequeunt, numero quippe infiniti, tot ex primoribus tantum in vſum vocandi ſunt, quot aeſtimatione facta ad ſatis exactam cognitionem quaeſiti ſufficere exiſtimantur.

4. In quarto reſolutionis modo *) inueſtigatur ſumma pecuniae in principio vniuscuiusque n annorum debita, exordiendo ab anno $n$to et regrediendo ad annum $(n-1)$tum et vlterius, vsque dum ad primum annum peruentum fuerit, in cuius initio elocata est ſors, quae ergo ſummam extremum inuentam exaequat. Summa autem pecuniae in initio alicuius anni debita obtinetur perfacile ex ea, quae in fine

*) Formula ſolutionis, ad quam hoc modo peruenitur, eadem illa eſt, quam ſcriptores recentiſſimi plerique, reductione penſionis cuiusque ad valorem ſuum praeſentem facta, et interuſurio ad Leibnitii rationem computato, i. e. admiſſis praeter vſuras ſolitas etiam vſuris vſurarum, deducunt, et in calculis, qui reditus ad vitam, penſiones viduarum et ſimilia a caſibus vitae et mortis pendentia inſtituta ſpectant, ſolam ſequuntur. Hic formulam eruendi methodo vſus ſum, quae ſimplicitate et perſpicuitate ſua ſeſe commendat, et cui haud abſimilem Leibnitius adhibuit ad calculum ſuum interuſurii via plana confirmandum. Ceterum et hic modus reſolutionis multo ante Leibnitium a ſcriptoribus arithmeticis traditus eſt, niſi quod illum, quoniam in eo anatociſmum per leges prohibitum deprehendere ſibi viſi ſunt, minus probabant, quin immo deteſtabantur.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/8
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

anni debetur, quum illa ad hanc ſit, vti $1 : 1+r$, quae ſcilicet eſt ratio ſortis cuiusquam ad valorem, quem intra anni spatium accedentibus vſuris obtinet. Hoc pacto ſumma initio anni $n$ti debita eſt $\frac{a}{1+r}$, cui vbi addita fuerit ſumma a in fine anni $(n-1)$ti perſoluta, prodit ſumma omnis in fine anni $(n-1)$ti debita $= \frac{a}{1+r} + a$. Quamobrem quae initio anni $(n-1)$ti debetur ſumma, eſt $\frac{a}{(1+r)^2} + \frac{a}{1+r}$, et in fine anni $(n-2)$ti debita $= \frac{a}{(1+r)^2} + \frac{a}{1+r} + a$. Eidem viae inſiſtendo reperitur ſumma in fine anni $(n-3)$ti debita $= \frac{a}{(1+r)^3} + \frac{a}{(1+r)^2} + \frac{a}{(1+r)} + a$, atque ex lege progreſſionis, quae hic ſe manifeſtat, ſumma in fine anni primi debita $= \frac{a}{(1+r)^{n-1}} + \frac{a}{(1+r)^{n-2}} + \frac{a}{(1+r)^{n-3}} + \ldots + \frac{a}{1+r} + a$,

ſiue, colligendo terminos in vnam ſummam, $= \frac{a(1+r-\frac{1}{(1+r)^{n-1}})}{r} = \frac{a((1+r)^n-1)}{r(1+r)^{n-1}}$.

Quapropter ſumma in initio primi anni debita, ſiue ſors elocata eſt $= \frac{a((1+r)^n-1)}{r(1+r)^n}$, proinde

$$p = \frac{a((1+r)^n-1)}{r(1+r)^n} = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right) \ldots\ldots (VII)$$

et

$$a = \frac{pr(1+r)^n}{(1+r)^n-1} = \frac{pr}{1-\frac{1}{(1+r)^n}} \ldots\ldots (VIII)$$

5. Formulas, quas hucusque quum pro determinatione ſortis elocatae ex penſione annua, tum pro definienda penſione annua ex ſorte elocata, attulimus, nequaquam inter ſe convenire, iisque diverſas ſummarum quaeſitarum quantitates obtineri, facile eſt coniicere. Sed quo illarum diſcrimen magis in oculos incurrat, et vt iis gratum faciamus, qui calculo litterali parum exercitati ſunt, aut illo minus delectantur, exemplum vnum et alterum numeris definitis exaratum appoſuiſſe haud incongruum erit.

Primum ſit hoc. *Quidam certam pecuniae ſummam mutuo ſumſit, et debitum hoc vna cum vſuris ob id pendendis penſione annua*

100 *Imperial. per* 20 *annos continuata exſoluit. Quaeritur ſumma pecuniae mutuo acceptae, poſito, de* 100 *Imper. in annum pro vſuris ſolui* 4 *Imper.*

Hic igitur habemus $a = 100$, $n = 20$, $r = 0{,}04$. Ex formula (I) iam fit $p = \frac{20.\ 100}{1 + \frac{21}{2} \cdot\ 0{,}04} = \frac{200000}{142} = 1408{,}4507$ Imper.

Formula (III) dein praebet $p = \frac{2000(1 + \frac{19}{2} \cdot 0{,}4)}{1 + 20.\ 0{,}04} = \frac{2000.\ 138}{180} = 1533\frac{1}{3}$ Imp.

Vt formula (V) applicari poſſit, computari oportet $S\frac{1}{1+nr}$. Summa haec ex vtraque ſummationis formula inuenitur $= 14{,}474748445$. Quare eſt $p = 1447{,}4748$ Imper.

Per formulam (VII) denique prodit

$$p = \frac{100}{0{,}04}(1 - 0{,}4563869462) = 1359{,}0326 \text{ Imper.}$$

Maximus igitur ipſius p valor eſt $1533\frac{1}{3}$ Imper., minimus $1359{,}0326$ Imper., et eorum differentia haud contemnenda $= 174{,}3007$ Imper., eademque maxima earum, quae inter binos quosvis valores ipſius p locum habere poteſt.

Alterum exemplum ſit *de inueniendo valore penſionis, quae per decem annos quotannis pernumeranda eſt, vt diſſoluatur aes alienum* 2000 *Imperial. vna cum vſuris debitis, poſita eadem, quae ante, ſortis ad foenus annuum ratione.*

Hoc in caſu, quo eſt $p = 2000$, $n = 10$, et $r = 0{,}04$; formula (II) fundit $a = \frac{2000(1 + \frac{11}{2}.0{,}04)}{10} = 200.\ 1{,}22 = 244$ Imper.

Secundum formulam (IV) autem fit $a = \frac{2000(1 + 10.\ 0{,}04)}{10.\ (1 + \frac{9}{2}.\ 0{,}04)}$ $= 237{,}2881$ Imper.

Per formulam (VI), computato prius ipſius $S\frac{1}{1+nr}$ valore $= 8{,}27058103$, habetur $a = \frac{2000}{8{,}27058103} = 241{,}821$ Imper.

Denique ex formula (VIII) eſt $a = \frac{2000.\ 0{,}04}{0{,}32443553} = 246{,}5819$ Imper.

Hic ergo maxima differentia, quae locum habere poteſt, ſubducendo binos quosvis valores ipſius a a ſe invicem, eſt $246{,}5819 - 237{,}2881 = 9{,}2938$ Imper.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/10 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

6. Expoſitis diuerſis quaeſtiones ſupra propoſitas ſoluendi modis, inquirendum reſtat, quisnam ex illis legitimus ſit, reique, cui accommodatur, ad amuſſim reſpondeat. In iudicio autem de formulis iſtis formando non parum adiuuabimur hoc axiomate, a ſenſu communi dictato, ſortem, quae in praeſenti elocanda eſt, vt acquiratur penſio annua a in perpetuum percipienda, eſſe $\frac{a}{r}$ tantam quippe, vt vſurae, quas quotannis parit, exacte aequentur penſioni ipſi. Si enim penſio vſuras annuas excederet, ſors paullatim abſumeretur, nec penſio in perpetuum durare poſſet, ſin vero penſio ab vſuris ſuperaretur, ſors in dies crescceret, nec fructum propoſitum atque exoptatum praeſtaret. Formula ergo, quae ſummam ſortis elocatae p penſione annua a determinatam exhibet, vel pretium penſionis annuae in pecunia numerata ſiſtit, ita comparata ſit oportet, vt ſtatuto annorum numero n infinite magno, ex ea prodeat $p = \frac{a}{r}$. Verum quidem eſt, hanc notam ſolam non ſufficere, vt de bonitate alicuius formulae certi eſſe poſſimus, quia in praeſenti negotio innumerae exhiberi queunt formulae, illi conditioni ſatisfacientes, nec vero idcirco exactae *); *nihilo ſecius tamen certo* pronunciare poſſumus, formulam, quae charactere iſto deſtituitur, non poſſe eſſe genuinam

7. *Vt iam formulae ſupra traditae ad hanc normam exigantur,* quoniam ex (I) eſt,

$$p = \frac{2a}{\left(\frac{n+1}{n}\right)r + \frac{2}{n}}$$

ſtatuto $n = \infty$, fit $p = \frac{2a}{r}$, qui valor duplo maior eſt quam verus. Quamobrem formula (I), et quae ei adiungitur (II), reiici debent.

Similiter quum ex formula (III) ſit

$$p = \frac{na\left(\left(\frac{n-1}{n}\right)r + \frac{2}{n}\right)}{2r + \frac{2}{n}}$$

*) Talis eſt, quae inferius (art. 13.) occurret formula $p = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{1+nr}\right)$, nec non illa, quam SIMPSONVS in Algebra formulae (III) loco propoſuit, $p = \frac{(2+(n-1)r)na}{2+2nr+n(n-1)r^2}$ a me ſupra in enumeratione formularum discutiendarum praetermiſſa, quum SIMPSONVS ipſe hypotheſin, cui formula ſuperſtructa eſt, *arbitrariam* eſſe profiteatur.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/11 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

posito $n = \infty$, producitur $p = \infty$, ideoque sors ipsa infinite magna, quod quam longe a veritate recedat, non opus est monere. Formula (III) et (IV) ergo, tamquam ineptae, respuendae sunt.

Ex formula (V), quoniam pro $n = \infty$ est $S = \frac{1}{1 + nr} = \infty$ *), obtinetur itidem $p = \infty$, cuius quidem effati absurditas facilius intelligetur, si re inuersa ex sorte elocata, quae finitae dumtaxat magnitudinis esse potest, valorem pensionis annuae numquam cessantis quaeramus. Hoc enim casu a formula (VI), ob $S\frac{1}{1 + nr} = \infty$, proditur $a = \frac{p}{\infty} = 0$, vt adeo impossibile esset, sorte quantumuis magna vel minimam pensionem perpetuam emere.

Per formulam (VII) denique, facto $n = \infty$, fit vtique $p = \frac{a}{r}$, sicut requiritur. Quamobrem haec formula, conditioni necessariae satisfaciens, sola retineri vlteriusque confirmari meretur. Quamuis enim in modo, quo ad illam peruentum est, nihil insit, quod in iustam aliquam venire possit dubitationem, isque potius naturae quaestionis vel maxime sit congruens, attamen superuacaneum non erit, eamdem formulam pluribus aliis viis demonstratam dedisse, quum eiusmodi concentus consensusque rationum, vtpote non temere nec fortuito obortus, merito pro certissimo veritatis indicio habeatur. Sed antequam hoc negotii suscipiamus, occurrendum est adhuc dubio, quod cuipiam forte subnasci possit.

8. Dubitet enim quis, num formulae (I)—(VIII) casum, quo est $a = \frac{p}{r}$, et numerus annorum infinite magnus, ita continere debeant, vt ei iure accommendentur, quum quaestio ab initio huius dissertatiunculae proposita exigere videatur, vt pensio annua vsuras,

---

*) Summam progressionis harmonicae naturalis in infinitum protensae $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} +$ etc. in inf. esse infinitam, elementari ratione iam Iac. Bernoullius in *Tractatu de Seriebus infinitis, Arti coniectandi* eiusdem auctoris adiecto, demonstrauit. Inde sequitur, vt resectis aliquot ab initio terminis, summa seriei reliquae etiam infinita sit. Hinc facile fit progressus ad ostendendum, summam cuiusuis progressionis harmonicae infinitae quoque esse infinitam. Alia ratione idem ostendit Eulerus in *Commentar. Acad. Petropol. Tom. VII. p.* 150.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/12 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

quas ſors elocata quotannis fundit, excedat. Verum cuilibet ſolutiones huius quaeſtiones ſupra traditas propius inſpicienti patebit, in iis nihil quidquam tale ſupponi, ſed in medio prorſus relinqui, vtrum penſio annua annuas sortis vſuras exceſſerit nec ne, iisdemque non niſi valorem praeſentem penſionis annuae n vicibus exſolutae, diuerſis licet viis ac rationibus, inueſtigari *). Quocirca nihil obſtare poteſt, quo minus in formulis reſolutionum finalibus ſtatuatur $a = pr$, ſiue $p = \frac{a}{r}$, quo facto $n = \infty$ prodire neceſſe eſt, viciſſimque ſtatuendo $n = \infty$, rurſus $p = \frac{a}{r}$ proueniat, oportet.

9. Formulam (VII) et, quae ipſam reciprocat, (VIII), nunc vlterius confirmaturi, eam iam alii ſuperſtruemus fundamento, quam quo ante vſi ſumus, illi ſcilicet, cui formula (III) vna cum reciproca ſua (IV) innititur, cuiusque omnis vis in eo conſiſtit, vt creditor et debitor, ſi ille penſiones ipſi exſolutas inde a ſolutionis tempore, hic vero ſortem mutuatam inde ab acceptionis die foenore exercendo in vſum ſuum omnimode converterint, in fine anni $n$ti in eodem *facultatum ſuarum ſtatu eſſe*, ſiue aequalem pecuniae numeratae ſummam poſſidere debeant. Facile enim intelligitur, hoc pacto neutri *eorum in damnum* alterius aliquid commodi concedi, ſed creditorem tantum examuſſim fructus ex penſionibus acceptis capere, quantum ex ipſa ſorte elocata percepturus fuiſſet, debitorem autem ex ſorte mutuo ſumta tantum exacte fructus ferre, quantum ex penſionibus perſolutis habiturus fuiſſet. Illum vero ſtatum aequalitatis facultatum non ante finem anni $n$ti incidere debere, per ſe manifeſtum eſt, quamquam nihil vetat, ne poſt iſtum terminum locum habeat, id quod reuera vſu veniet, ſi ſummae aequales in fine anni $n$ti cumulatae porro ſub iisdem collocentur vſuris. Sed vt formula (VII) beneficio principii modo expoſiti eruatur, non ſolum vſuras, ſed etiam vſuras vſurarum in computum venire, neceſſe eſt.

---

*) De ſolutionibus artice. 1, 2, et 3 id per ſe patet; de ſolutione art. 4 idem manifeſtum fiet conſiderando, *valorem praeſentem valoris futuri eſſe valorem ipſius ſummae*, vti LEIBNITIUS admodum concinne, quod ipſe lemma vocat, expreſſit in *Act. Erudit. a.* 1683.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/13 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Alioqui enim perduceremur ad formulam (III), quam non admittendam esse iam probauimus, et mox alia adhuc ratione demonstrabimus. Computatis igitur vsuris et vsuris vsurarum valor omnium pensionum collectus in fine anni $n$ti est $= a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + a(1+r)^{n-3} + \ldots + a(1+r) + a$, siue summando progressionem geometricam hic obuiam, $= \frac{a'(1+r)^n - 1)}{r}$. Sors p autem per n annos vsuris et vsuris vsurarum aucta fit $= p(1+r)^n$. Coaequatis iam hisce duobus valoribus sortis et pensionum habemus

$$p(1+r)^n = \frac{a}{r}((1+r)^n - 1)$$

ex quâ aequatione formulae (VII) et (VIII) prono fluunt alueo.

10. Formula (III) itaque, licet in principio omnino euidenti atque explorato fundetur, nihilominus tamen nimis angusta principii illius interpretatione et expositione fallax euasit. Praeter defectum enim iam notatum illud quoque eius approbationi obstat, quod debitor, simul atque annorum numerus vnitatem excesserit, ex ipsa laeditur. In locum enim valoris praesentis pensionis primae, qui est $\frac{a}{1+r}$, in calculo subrogatur valor $\frac{a+(n-1)ra}{1+nr}$, excedens illum quantitate $\frac{(n-1)rra}{(1+r)(1+nr)}$. Similiter valor pensionis secundae in initio anni secundi est $\frac{a}{1+r}$. Ex computo art. 2. autem valor praesens pensionis secundae est $= \frac{a+(n-2)ra}{1+nr}$, ideoque valor ipsius in fine primi vel initio secundi anni $= \frac{(a+(n-2)ra)(1+r)}{1+nr}$, qui valorem iustum $\frac{a}{1+r}$ rursus excedit quantitate $\frac{(2n-3)rra+(n-2)r^3a}{(1+r)(1+nr)}$ numquam non positiua, quia, vbi $n<2$, fuerit, pensio secunda nulla est. Pari modo ostendere licet, valores praesentes reliquarum pensionum in calculum introductos iusto maiores esse. Fieri ergo non potest, quin debitor ex formula computo isto elicita laedatur.

Sed formula adhuc alio laborat vitio haud scio an maiori, quam quod modo arguimus. Secum enim ipsa non conuenit, id quod sic comprobatur.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/14 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Ponatur in ea $n = 2$, et erit $p = \frac{2a+ar}{1+2r}$, qui eſt valor praeſens duarum penſionum, quarum vtraque $= a$, et prior poſt annum, altera poſt duos annos caedua eſt. Ab hoc valore, vbi iam valor praeſens penſionis prioris, qui itidem ex formula eſt $= \frac{a}{1+r}$ ſubtractus fuerit, relinquitur valor praeſens penſionis ſecundae, ſiue ſummae a poſt duos annos caeduae $\frac{(1+r+rr)a}{(1+r)(1+2r)}$, qui quidem in calculo ponebatur $\frac{(1+(n-2)r)a}{1+nr}$. Hos duos autem valores neutiquam identicos eſſe, quomodo tamen omnino neceſſarium eſt, ſi formula recte ſe habet, reducendo fractiones ad eamdem denominationem facile perſpicitur. Atque eodem pacto demonſtrari poteſt valores praeſentes reliquarum penſionum a formula finali ſubminiſtratos non omnino congruere cum eis, qui in computo formulam ſuggerente aſſumti ſunt, quo quid magis abſonum eſſe poſſit, non video. Vitium in eo latet, quod in computo, cui formula ſuperſtructa eſt, valores praeſentes penſionum priorum ſimul a tempore, quo poſtrema *debetur, pendere, hocque reſpectu* variabiles statuuntur, quum tamen per ſolum tempus, quo quaeuis penſio per ſe debetur, determinentur, hocque reſpectu inuariabiles ſint.

11. In hac quidem re non peccat computus, cui formula (V) innititur, at vero et iſta formula hoc habet incommodi, quod debitor ex ipſa laeditur. Etenim valor praeſens penſionis ſecundae, qui ex computo art. 3. eſt $= \frac{a}{1+2r}$ ad finem anni primi ſeu initium ſecundi reductus eſt $\frac{(1+r)a}{1+2r}$, proinde valore iuſto, qui eſt $\frac{a}{1+r}$, maior quantitate $\frac{rra}{(1+r)(1+2r)}$. Eodem pacto demonſtrari poteſt, valores praeſentes reliquarum penſionum, prima ſolum excepta, iuſto maiores eſſe. Huc accedit, vt, ſi valores ſortis ex formula (V) computatae et penſionum omnium ad finem anni $n$ti ſupputando collecti fuerint, haudquaquam pro omnibus ipſorum n et r valoribus inuicem aequales ſint futuri, quod tamen vi principii art. 8. expoſiti neceſſe eſt. Hae cauſae ſatis magnae ſunt ad hunc computandi modum ex obliuione, qua iam dudum iacebat, nuper extractum denuo obliuioni tradendum.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/15 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

12. At quaeri nunc poteſt de ratione, cur non ſolum vſuras, ſed etiam vſuras vſurarum in computum introduci neceſſe ſit, ad formulam, quae omnibus conditionibus requiſitis reſpondeat, obtinendam. Haec ratio in eo poſita eſt, quod, ſi penſio annua vſuras, quas ſors elocata primo procreat anno, vel tantillum exceſſerit, exceſſus hic de ſorte decedit, ſorsque ipſa quadam ſui portione minuitur. Quas ſors ſic imminuta ſecundo anno fert vſuras, minores ſunt vſuris primi anni, differentia vſuras annuas ex portione ablata percipiendas aequante. Haec autem ipſa portio differentia eſt inter penſionem annuam et vſuras primi anni, proinde, quas fert in annum vſurae differentia ſunt inter vſuras penſionis annuae et vſuras vſurarum primi anni. Sic patere arbitror rationem, quare vſurae vſurarum, quando penſio annua duabus tantum vicibus exſoluitur, natura quaeſtionis ita poſtulante, in computum veniant, ex quo idem pro pluribus annis locum habere facile eſt, coniicere, quam coniecturam non vanam eſſe calculus in exemplo aliquo numerico maioris facilitatis gratia inſtitutus et per ſingulos annos deductus, abunde comprobabit. Ceterum de prauitate vſuraria hic obuia *ne cogitari quidem poſſe, nedum* vt revera locum habeat, computus art. 8. euidentiſſime monſtrat, quippe in quo vſuras vſurarum exigere debitori non minus ac creditori concedatur.

13. Formula (VII) etiam ex conſideratione penſionis perpetuae modo valde concinno et perſpicuo eruitur. Ad emendam nimirum penſionem annuam a, quae inde ab hoc tempore in perpetuum praeſtetur, pretium $\frac{a}{r}$ in praeſenti exſoluatur, neceſſe eſt (6). Vt acquiratur autem penſio annua a, cuius perceptio demum poſt annos n praeterlapſos incipiat, et inde ab anno $(n+1)$to in perpetuum continuetur, in principio anni $(n+1)$ti itidem collocanda eſt ſors $\frac{a}{r}$. Huius valor in nummis praeſentibus, computatis vſuris et vſuris vſurarum, eſt $= \frac{a}{r(1+r)^n}$; eius itaque differentia a pretio praedicto $\frac{a}{r} - \frac{a}{r(1+r)^n}$ ſummam ſiſtit in praeſenti collocandam, vt acquiratur penſio ad n annos. Haec ſumma autem deſignata eſt per p, vnde habemus $p = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right)$.

Si quis hic in computando valore praesenti summae $\frac{a}{r}$ post n annos pernumerandae rationem HOFFMANNIANAM, in qua nonnisi simplices admittuntur vsurae, prae LEIBNITIANA sequi mallet, tum in formulam $p = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{1+nr}\right)$ incideret, non autem in formulam (V), quae vtique prodire deberet, si ratio ista omnino iusta et quaestioni propositae accommodata esset. Hoc argumentum, quod pro formula $p = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right)$ loquitur, simul incongruentiam formulae (V) noua quadam ratione adstruit.

14. Vt tandem verbum de formula (I) addamus, eiusque inconvenientiam directe demonstremus, animaduerti oportet, reductionem plurium terminorum ad eumdem medium terminum, quae in computo art. 1. in vsum vocata est, tunc omnino locum esse habituram, si pensiones singulae essent partes aeris alieni in praesentia contracti, et suo quaeque tempore sine vsuris solvendae. Verum quum non sint partes sortis elocatae, nec idcirco pro nummis praesentibus reputandae, ad hoc sors ipsa non sine vsuris sed cum foenere reddenda, reductioni isti locus non est, vti cuilibet, qui principia reductionis illius paullo attentius apud scriptores supra laudatos considerare voluerit, extemplo patebit. Omitto, quod interusurii omnis ratio exsulat, vbi de termino quodam medio solutionis plurium summarum quaeri potest.

15. Quoniam igitur diuersis principiis ad resolutionem quaestionis ab initio huius scripti propositae adhibitis semper eadem recurrit formula (VII), si quidem vsurae compositae admittantur, vsurarum autem simplicium solum ratione habita ad varias easque longe inter se dissidentes formulas deuenitur, quumque praeterea demonstratum sit, vsuras vsurarum necessario in computum, etiam vbi solo sensu communi duce institutus fuerit, ingredi, neque aequitatis leges, admittendo in hoc casu vsuras compositas, violari, sed ex omni parte seruari, non video, quid obstare possit, quo minus pronuncietur:

„Formulam (VI) et, quae eam reciprocat (VIII), vnicas esse legitimas, „naturaeque quaestionum, quae circa comparationem sortis elocatae „et pensionum annuarum ipsius vice reddendarum versantur, peni„tus conuenientes, atque idcirco in omnibus casibus, vbi hypo„theses quaestionum illarum locum habent, solas in calculo se„quendas."

Perducto ad finem propoſito reliquum eſt, vt progrediamur ad id, cuius cauſa ſcriptiunculam hanc exarauimus. Indicanda enim Vobis, RECTOR ACADEMIAE MAGNIFICE, PRINCIPES CELSISSIMI, COMITES ILLUSTRISSIMI, PROCERES UTRIUSQUE REIPUBLICAE GRAVISSIMI, COMMILITONES GENEROSISSIMI ac PRAENOBILISSIMI, indicanda, inquam, ſunt omni, qua par eſt, obſeruantia, nomina eorum, qui ab Ordine noſtro ſummis in philoſophia honoribus digni iudicati atque iisdem adfecti ſunt.

Ac tabulis quidem publice propoſitis per hunc annum philoſophiae Doctores et liberalium artium Magiſtri creati et in conſeſſu Ordinis ſolemni denuo renunciati ſunt ſequentes, quorum e numero duobus, primo et ſecundo loco nominatis, Ordo noſter in diſceſſu prioris ab hac academia, vbi alter eius ſtudia moderatus erat, lauream, cuius tribuendae ipſi ius ac poteſtas eſt, *honoris cauſa* impertiendam cenſuit.

CAROLUS ZENO PRINCEPS IABLONOWSKI
DE OSTROG
VOLHYNIENSIS

CAROLUS PUTTRICH-ô-LUSMA
DRESDENSIS, PRAEFECTUS EQUITUM etc.

CAROLUS ERNESTUS SCHUBARTH
BRINITIO-SILESIUS

EDUARDUS FRIDERICUS POEPPIG
LIPSIENSIS, MED. ET HIST. NAT. STUDIOS.

FRIDERICUS GOTTHILF KLOPFER
WERDAVIENSIS, LYCEI ZWICKAVIENSIS RECTOR ET BIBLIOTH. SENATOR. PRAEFECTUS

CAROLUS GODOFREDUS LUDOVICUS MERTENS
IESNITIO-ANHALTINUS, IUR. UTR. BACC., NOTAR. PUBL. ET CAUSARUM PATRONUS

IOANNES GOTTLOB SEIDEL
POEHLO-VARISCUS, REV. MINIST. CANDID.

FRIDERICUS EDUARDUS FRANCKE
LIPSIENSIS, MED. ET PHILOS. CULTOR

GEORGIUS IUSTUS LUDOVICUS CAROLUS PLATO
LIPSIENSIS, THEOL. STUDIOS.

CAROLUS IULIUS SILLIG
DRESDENSIS, SEMINAR. REG. PHILOLOG. ET SOCIET. PHILOLOG. ET CRITICAE NUPER APUD NOS SODALIS

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/18
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

CAROLUS AUGUSTUS FRIDERICUS HAUPT
SCHWABENIO-SCHOENBURGENSIS, THEOL. STUDIOS.

GEORGIUS RICHARDUS FUNK
AUA-MONTANUS, MED. BACCAL.

CAROLUS ANDREAS THEOPHILUS WOELDIKE
HANSHAGENO-POMERANUS, CAUSARUM PATRONUS GRYPHISWALDENSIS

LUDOVICUS HIRZEL
TURICENSIS, THEOL. STUDIOS.

GUSTAVUS ADOLPHUS EDUARDUS STEINORTH
SPURVINIA-BORUSSUS, REGIOMONTI IN SCHOLA LOEBENICENSI SUPERIORE PRAECEPT. ORDIN.

IOANNES ROHDE
DRENGFURTHO-BORUSSUS, REV. MIN. CAND. ET SEMINAR. THEOLOG. VITEMBERGENS SODALIS

GOTTHILF GUILIELMUS CHRISTIANUS OERTEL
SCHMIEDEBERGA-SAXO,
PETROPOLI AD SCHOLAM IMPERIALEM VIRGINUM NOBILIUM ORDINIS ST. CATHARINAE PRAECEPT. PUBLIC.

ALBERTUS FRIDERICUS HAENEL
LIPSIENSIS, MED. BACC.

IOANNES GUILIELMUS GODOFREDUS POPPE
ARTERA-THURINGUS, LITTER. SACRAR. CULTOR

GOTTLOB HENRICUS LUDOVICUS FULDNER
SPRINGSTILLA-SMALCALDIENSIS, THEOLOG. STUDIOS.

MAURITIUS GUSTAVUS MARTINI
PIRNA-MISNICUS, MED. ET CHIRURG. DOCTOR, SOCIET. LIPS. NATUR. SCRUTAT. SODALIS

MAURITIUS HASPER
ILEBURGENSIS,
MED. ET CHIRURG. DOCTOR, SOCIET. MEDIC. PRACT. PARIS. SODALIS COMMERCIO LITTERAR. IUNCTUS

EDUARDUS WUNDER
VITEMBERGENSIS
SEMINAR. REG. PHILOLOG., SOCIET. GRAEC. ET SOCIET. PHILOLOG. ET CRITIC. SODALIS

ERNESTUS AUGUSTUS CARUS
LIPSIENSIS, MED. ET CHIRURG. DOCTOR, SOCIET. LIPS. NATUR. SCRUTAT. SODALIS

More dein antiquo in conclaui Ordinis creati et renunciati ſunt:

GUSTAVUS THEODORUS FECHNER
GROSSSAERCHENO-LUSATUS, MED. BACCALAUR.

GUILIELMUS KRETSCHMAR
ZITTAVIENSIS, REVERENDI MINISTERII CANDIDATUS

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/19
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

ALBERTUS BRAUNE
LIPSIENSIS, MED. BACCALAUR.

CAROLUS FRIDERICUS STERZEL
LIPSIENSIS, REVER. MINIST. CAND.

IULIUS FRIDERICUS BOETTCHER
DRESDENSIS, THEOLOG. STUDIOS.

FERDINANDUS FLORENS FLECK
DRESDENSIS, THEOLOG. STUDIOS.

HERRMANNUS GOTTLOB ULICH
AULIGKO-ZIZENSIS, THEOLOG. STUDIOS.

IOANNES FRIDERICUS CHRISTOPHILUS RICHTER
BAYERNNUMBURGO-THURINGUS, THEOL. STUD.

GUSTAVUS KRUEGER
DRESDENSIS, REV. MIN. CANDID.

CAROLUS AUGUSTUS LIEBEGOTT ENGELMANN
DRESDENSIS, THEOLOG. STUDIOS,

ERNESTUS MUELLER
DRESDENSIS, THEOLOG. STUDIOS.

CAROLUS FRIDERICUS AUGUSTUS FRITZSCHE
STEINBACO-MISNICUS, THEOLOG. STUD.

CAROLUS GOTTLOB HENRICUS SCHEUBNER
LUNZENAVIO-SCHOENBURGENSIS, THEOL. STUD.

OTTO THENIUS
DRESDENSIS, THEOL. STUD.

EDUARDUS SCHMALZ
LOMMATSCHIENSIS, MEDIC. STUD.

Hos itaque bonarum artium Magiſtros et philoſophiae Doctores rite creatos, vt omnes litterarum amatores ac patroni ſibi etiam atque etiam commendatos habeant, vti valde cupimus, ita et humaniſſime rogamus.

P. P. in Vniuerſitate Litterarum Lipſienſi Dominica Invocauit A. MDCCCXXIII.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
http://digital.slub-dresden.de/ppn332632563/20
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG