

Vom Gleichgewicht.

Vom Gleichgewicht fester Körper. (Statik.) Die einfachen Nützeuge. (Maschinen.)

(Fortsetzung.)

B. Die einfachen Nützeuge, bei welchen die Kräfte, wenn sie sich nicht in's Gleichgewicht setzen, neben der Drehung eine fortschreitende Bewegung hervorrufen.

I. Die bewegliche Rolle.

Bei dieser ist die Last L , (Fig. 24.) am Mittelpunkt C der Rolle angebracht, die Kraft K wirkt am Umfang A und vermittelst eines Fadens, dessen andere Ende irgend wo in D befestigt ist.

Man sieht von dem Stande der Rollen und der Rolle ab, und nimmt an, daß die beiden freien Enden parallel laufen. Die Untersuchung für den Fall des Gleichgewichts ist nun auf die für den Fall AB , dessen Unterhängung c und Drehpunkt in A liegt zurückzuführen. Für den Zustand des Gleichgewichts ist nun

$$K : L = AC : AB = 1 : 2$$

d. h. bei der beweglichen Rolle ist für den Zustand des Gleichgewichts die Kraft halb so groß, als die Last.

Figure 24. zeigt zugleich eine Verbindung einer festen mit beweglichen Rolle.

Fig. 24.



II. Der Flaschenzug.

Unter Flaschenzug versteht man eine Verbindung von mehreren festen und beweglichen Rollen. Man unterscheidet zwei Arten:

1) Der Potenzen-Flaschenzug. Zu diesen bringt man die Last an einer beweglichen Rolle a an, befestigt dann das eine Ende des ungeschlossenen Seiles an der Rolle der zweiten beweglichen Rolle b u. s. f. Nach Obigen hat jedes Ende des um die Rolle a geschlossenen Seiles die Hälfte der Last, d. i. $\frac{1}{2}L$ zu tragen. Bezieht man nun das eine Ende an die Rolle der Rolle b , um welche ebenfalls ein Seil geschlungen ist, so hat jedes Ende dieses letzteren Seiles die Hälfte der an b angebrachten Last, d. i.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}L = \left(\frac{1}{2}\right)^2 L = \frac{1}{4}L$$

zu tragen. Bezieht man das eine Ende des letzten Seiles an der Rolle c , bei welcher die Rolle a befestigt ist, so hat jedes Ende des Seiles

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 L = \left(\frac{1}{2}\right)^3 L = \frac{1}{8}L$$

zu tragen. Wechselt man das letzte Seil über die unbewegliche Rolle d , so heißt die Kraft

$$K = \frac{1}{2}L$$

mit der Last im Gleichgewicht. Allgemein ist, bei einer solchen Verbindung von Rollen, bei welcher alle, bis auf die letzte bewegliche Rolle, $K = \frac{1}{2}L$, was die Anzahl der beweglichen Rollen bezeichnet.

2) Der gemeine Flaschenzug besteht aus einer Verbindung von mehreren Rollen, welche in einer festen und in einer beweglichen Rolle, die den Rollen Rollen sind, neben einander, oder wie aus Fig. 26. ersichtlich, unter einander angebracht sind. An der beweglichen Rollen ist die Last L angebracht.

Sind in dem beweglichen Rollen, wie die achtschöne Figur zeigt, 3 Rollen angebracht, so hat jedes der 6 Enden des Seils ein Gewicht, nämlich $\frac{1}{6}$ der Last zu tragen oder $K = \frac{1}{6}L$.

Allgemein: Sind in beweglichen Rollen n Rollen angebracht, so ist $K = \frac{1}{2n}L$.



Fig. 25.



Fig. 26.

C. Nützeuge, bei welchen die Kräfte, wenn sie sich in's Gleichgewicht stellen, eine fortschreitende (progressive) Bewegung verursachen, mit welcher indeß eine rotirende Bewegung verbunden sein kann, oder ist.

I. Die geneigte Ebene.

Jeder Körper, welcher weder eine wagrechte, (solche, horizontal), noch eine senkrechte (vertikale) Lage hat, heißt eine geneigte (nicht! schiefe) Ebene.

Dann man sich von einem beliebigen Punkte derselben C , ein Recht CB auf die Horizontale senkrecht, und von C nach B auf die Ebene ein schiefes Recht CA ziehen, so erhält man das rechtwinklige Dreieck CBA .



Fig. 27.

Über diesen wird man auf der geneigten Ebene AC eine Last L welche durch die im Schwerepunkte a angebrachte, mit der geneigten Ebene parallele Kraft K im Gleichgewicht erhalten werden soll. Um das Gleichgewicht für das Gleichgewicht herzustellen zu können, setzen wir AC die Länge, CB die Höhe und AB die Grundlinie der geneigten Ebene. Das Gleichgewicht ist vorhanden,

wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie die Höhe CB zur Länge AC .

Wäre die geneigte Ebene AC nicht vorhanden, so würde der Körper in der Richtung ac fallen, jetzt hingegen wird er sich in der Richtung ac fortzubewegen bestrebt sein, dabei aber einem gewissen Druck, rechtwinklig gegen die Ebene, in der Richtung ac ausüben. Je so dem Wichte der Last proportional, so wird das Verhältnis der Kraft, mit welcher der Körper auf der Ebene hinabgleitet, so wie das des Drucks gegen die Ebene nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte durch die Konstruktion des Parallelogramms abgedeutet. Hinsichtlich ist

$$K : L = ab : ac, \text{ oder } \text{ab} \Delta abc \sim \Delta CBA$$

$$\text{ab} : ac = CB : AC$$

$$\text{folglich } K : L = CB : AC$$

Bezeichnet man den Druck durch D , so ist

$$D : L = ab : ac, \text{ oder } \text{ab} \Delta abc \sim \Delta CBA$$

$$\text{folglich } D : L = CB : AC$$

d. h. der Druck welchen der Körper gegen die Ebene ausübt, verhält sich zu seinem Gewicht, wie die Grundlinie zur Länge.

Aus Obigen folgt

$$K = \frac{CB}{AC} \cdot L = \sin CAB \cdot L$$

$$D = \frac{ab}{AC} \cdot L = \cos CAB \cdot L$$

und hieraus

$$K = \frac{\sin CAB}{\cos CAB} = \tan CAB$$

Aufgabe. Welches ist das Gesetz für das Gleichgewicht, wenn die Kraft nicht mit der Ebene sondern mit der Grundlinie parallel wirkt?

Durch gehörige Bezeichnung (Konstruktion) des Parallelogramms findet man, daß in diesem Falle das Gleichgewicht vorhanden ist wenn sich verhält

$$K : L = CB : AB$$

II. Der Keil.

Der Keil ist ein dreieckiges Prisma, dessen Querschnitt gewöhnlich ein gleichseitiges Dreieck bildet.

Man zerlegt ihn an um Körper zu trennen, oder zu halten. Meißel, Reibst, Boh, etc., Schere, Nagel, Schere, etc. sind der Natur.

Die Grundlinie des gleichseitigen Dreiecks AB heißt der Rücken, die gleich Seiten CA und BC heißen die Seiten, die Höhe des Dreiecks CC' die Länge und ACB der Winkel des Keils.

Für die Bestimmung des Gleichgewichts hat zwei Fälle zu unterscheiden:

1) Die Spalten des Körpers, in welchen der Körper eingedrungen, schließen sich an die Seiten des Keils an, wie es Figure 28. veranschaulicht.

Das von Hineinragen des Keils entgegenwirkende ist die Kraft, wenn sich die Spalte zu schließen bestrebt ist. Diese wirkt hier rechtwinklig gegen beide Seiten des Keils. Die in K wirkende soll durch S , die in F wirkende durch S' bezeichnet werden, wobei $S = S'$ gedacht wird.

Beide Kräfte vereinigen sich in G zu einer dritten, deren Größe, unter der Voraussetzung daß $EG = FG = S$ ist, durch GH angedeutet wird.

Die Kraft S ist dreifach der Kraft S' heranzuziehen und das Gleichgewicht ist vorhanden wenn die auf den Rücken des Keils wirkende Kraft dieser Kraft gleich ist. Das Gleichgewicht ist also vorhanden wenn

$$K : S = CB : CE, \text{ oder } \Delta GEF \sim \Delta ACE, \text{ oder } \text{folglich } K : S = AB : BC$$

d. h. das Gleichgewicht findet Statt, wenn sich die auf den Rücken des Keils wirkende Kraft zur Kraft, mit welcher sich der Spalt zu schließen bestrebt ist, verhält, wie die Länge des Rückens AB zu der Seite des Keils.

Das Gleichgewicht läßt sich auch auf folgende Weise aufstellen:

$$\text{ab} \Delta abc \sim \Delta GEF \sim \Delta ACE$$

$$\text{folglich } K : S = AB : BC$$

2) Die Seiten der Spalte des Körpers schließen sich nicht an die Seiten des Keils an.

Hier muß die Kraft S , wenn sich die Spalte zu schließen bestrebt ist, umdrehen in zwei andere zerlegt werden, von welchen die eine in der Richtung der Seite der Spalte, die andere rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkt.

Bezeichnet man die Schließkraft der Spalte wieder durch S , die rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkende durch v , und den Winkel, welchen die Seiten der Spalte bilden durch D , so erhält man wiederum

$$v = \frac{S}{\cos \frac{1}{2}D}$$

die Winkelkraft aus der beiden rechtwinklig auf die Seiten des Keils wirkenden Kräfte ist

$$K = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \sin D$$

oder wenn man in diese Richtung den Druck für v substituirt

$$K = \frac{1}{2} \cdot S \cdot \sin D$$

Dieses ist die allgemeine Formel für das Gleichgewicht beim Keil. Setzt man $C = D$, so erhält man den Ausdruck für das Gleichgewicht bei dem eben besprochenen reifen Falle.



Fig. 28.

III. Die Schraube.

Die Schraube besteht aus dem Schraubenspindel und der Schraubennutter. Letztere ist eine Bohle über deren Oberfläche die Schraubengänge oder Schraubenumwindungen als Erhabenheiten in Gestalt einer krummen Linie, welche über ebenen Teil II als Schraubennut bezeichnet ist, fortlaufen. Die Schraubennutter ist eine Hülse in einem festen Körper, in welche die Schraubenspindel genau hineinpaßt. (Nichtunterstützte, quadratische, Wimperse, Delapierre, Boße zum Festigen der Wägen.)

Wird die Schraubenspindel umgedreht, so wird jeder Punkt auf dem Schraubengänge in den Vertiefungen der Schraubennutter, welche jene Schraubengänge aufnehmen und somit die Schraubenspindel selbst festhalten.

Die Bewegung ist eine Drehende (rotirende) und fortschreitende (progressive). Bei dieser Bewegung ist die Reibung zu überwinden, heißt aber die Schraubennutter bei dieser Bewegung auf einen Widerstand, die Last, je nach die Drehung bewirkende Kraft um so viel vergrößert werden, als erforderlich ist, um den Widerstand der Last zu überwinden. Dieses Verhältnis zwischen Kraft und Last ergibt sich wenn man berücksichtigt, daß die vertikale Bewegung die der Fortbewegung der Last auf einer geneigten Ebene, deren Grundlinie der Umfang der Spindel, deren Höhe die einer Schraubenumwindung ist, durch eine mit der Grundlinie dieser geneigten Ebene parallelen Kraft ist.

Das Gesetz heißt daher:

Für den Fall des Gleichgewichts verhält sich die Kraft zur Last wie der Abstand zweier Schraubengänge zum Umfange der Schraubenspindel.

Je niedriger die Schraubenumwindungen sind, je mehr wird an Kraft gewonnen.

Die Reibung ist bei der Schraube sehr groß und muß ja bei Bestimmung der Wirkung der Schraube als Faktor mit in Rechnung gezogen werden.

Die Wirkung der Schraube wird dadurch erhöht, daß die Kraft nicht am Umfange der Schraube sondern am Ende eines Hebelsystems wirkt. Man gewinnt hierdurch noch einen Teil an Kraft, als der Radius der Schraubenspindel in der Länge des Hebelsystems einbezogen ist.



Fig. 29.