H. TOLLII
PROPÆDIA MATHEMATICA
SEU
ELEMENTA
ARITHMETICÆ, GEOMETRIÆ ET TRIGONOMETRIÆ

In usum Studiosæ Juventutis.

ΟΥ̓ΔΕῚΣ ἈΓΕΩΜΈΤΡΗΤΟΣ ΕἸΣΊΤΩ.

Sumptibus
Joachim Heinrich Schmidt.
ANNO 1681.

STUDIOSÆ JUVENTUTI S.

Justus à Dransfeld.

Concessuros facile mihi hac in re puto omnes, fructus è Mathesi percipi mirabiles, sive illam in se attendamus, sive quatenus se in omni genere disciplinarum exerat. Hac enim animi agitantur, ingenia acuuntur, & percipiendi inde venit celeritas. Quare sapientissimus Plato in suo de republica opere, Mathesi imbûtos ad omnes disciplinas acres promptosque apparere scripsit, atque à Gymnasio suo τὺς ἀγεωμετρήτυς exclusit ac segregavit. Satis apertus ac perspicuus elucet ejus usus in singulis disciplinis, quibus illa ad hasce percipiendas facem præfert luculentam. Tanti summus Philosophorum Aristoteles fecit Mathesin, ut in illis etiam, ubi res ipsa, quam docuit, sine Mathesios ope intelligi posse videatur, è Mathesi nihilominus lucem fœnerare studuerit, atque à Mathematicis vocabula atque exempla, præsertim in admirabili illo Analyticorum opere, mutuatus sit, ut adeò sine Mathesios notitia intelligi nequeat. Præterea Mathematicum docendi genus est exquisitum, certum & omnibus numeris perfectum:

probabilia enim relinquit, & ad rectæ rationis regulam exigit omnia. Cum itaque tanta sit Mathesios utilitas, antiqui à teneris statim annis *in erudito Mathematicorum pulvere* filios suos exercuerunt, nec quemquam Mathematis non initiatum ad sacra Philosophiæ admiserunt. Xenocrates, Speusippi in Academia successor, quendam Mathesios ignarum è schola exire jussit, dicens: *Non habes ansas Philosophiæ!* eumque lanæ carminandæ magis idoneum judicavit. Memorabilis est nobilis Philosophi Tauri apud Gellium hæc gravissima querela: *Nunc isti, qui repente pedibus illotis ad Philosophos iverunt, non est hoc satis, quod sunt omnino* ἀθεώρητοι, ἄμουσοι, ἀγεωμέτρητοι: *sed legem etiam dant, qua philosophari discant. Alius ait: Hoc me primum doce. Item alius: Hoc volo, inquit, discere; istud nolo.* Commemorabilis item est sententia illa doctorum studiosæ juventutis quondam prudentissimi & omnis doctrinæ parentis *Joannis Caselii*, quam tulit in eo, quem de ludo rectè aperiendo consignavit, opusculo: *Appellabant olim primas scientias Mathemata, in quibus exercebantur adolescentes, antequam ipsis ad interiorem Philosophiam aditus concederetur. Utinam maturè in iis quoque exerceri nostra juventus possit! nihil malim pluribus de causis, neq; dubitem, quin hoc pacto brevi ad Veterum præstantiam proximi nostrûm etiam aliqui accessuri sint.* Idem in Commentatione

de

de literarum rectiore cultura: *Studia Mathematica utinam nemo negligat, qui aliquam elegantis bonæque doctrinæ sibi laudem parare in animo habet. Sic habeamus non solùm eruditus, sed melius seculum.* Ita. ὁ Κασήλιος; ad cujus civis sui ratione͂ Göttinge͂ses olim hoc Lyceum nostrum autoritate Ducali præcipuè accommodarunt: in qua etiam nos hodie sic insistimus, ut Novatorum præstigiæ illâ ipsâ nobis leviores videantur, & ut cum solidis principum linguarum atque eloquentiæ studiis atque exercitationibus Mathemata conjungantur, accuremus: nec posthac cuiquam aditum ad supremam Pædagogii curiam ante daturi simus, quam τὴν κατὰ παιδείαν ὁδὸν (quemadmodum Plato Mathesin appellavit) quodammodo iverit, & id ductu libelli hujus, quem *affectum* nobis reliquit optimus noster ac nunc beatus Dominus HENRICUS TOLLEN, Vir de re literaria optimè meritus; quem feliciter ad usus tuos conjunges, & sic ad reliquarum scientiarum sacra tibi viam belle munies. Vale, & in spem Ecclesiæ & Reipublicæ in dies effloresce.

MATHESIS GENERALIS

DEFINITIONES.

MAthesis est scientia quantitatis, ut quantitatis.

2. *Mathesis* est vel generalis, vel specialis.

3. *Mathesis generalis* est, quæ naturã quantitatis in genere, ejusque affectiones communes explicat.

4. *Maehesis specialis* est, quæ singulas quantitatis species, earumque proprias affectiones considerat.

5. Matheseos generalis objectum est quantitas in genere considerata.

6. *Quantitas* est accidens, secundum quod substantia est extensa.

7. Affectiones quantitatis duum sunt generum: Immediatæ & mediatæ. Immediatæ sunt; Divisibilitas & Mensurabilitas.

8. *Divisibilitas* est affectio quantitatis, qua ea in partes secatur.

9. *Mensurabilitas* est affectio quantitatis, qua potest certa mensura determinari, unaque cum altera comparari.

10. *Mensura* est quantitas, quæ semel aut sæpius sumpta quantitati alteri ejusdem speciei, cujus est mensura, æquatur.

11. Mediatæ affectiones fluunt ex immediatis: atque ita ratione divisibilitatis quantitas est vel *finita* vel *infinita*.

12. *Finita* est, quæ certis circumscribitur terminis.

13. *Infinita* est, cui semper aliquid addi vel auferri potest.

14. Ratione mensurabilitatis quantitates quædam dicuntur commensurabiles, quædam incommensurabiles.

15. *Quantitates commensurabiles* sunt, quas communis mensura metitur.

16. *Incommensurabiles*, quas nulla communis mensura metitur. Ex mensurabilitate nascitur Differentia, Totum, Pars, Ratio & Proportio.

17. *Differentia* est duarum quantitatum ejusdem generis inter se secundum excessum unius supra aliam comparatio.

18. *Totum* est quantitas una duabus vel pluribus quantitatibus, ejusdem generis, æqualis.

19. *Pars* est quantitas quantitatis, minor majoris.

20. Pars est vel aliquota vel aliquanta.

21. *Pars aliquota* est, quæ totum suum metitur, seu aliquoties sumpta illud exacte constituit.

22. *Pars aliquanta* est, quæ totum suum non meti-

metitur, sed semel aut sæpius sumpta totum vel excedit vel ab eodem deficit: dicitur & *Partes*.

23. *Ratio* est duarum quantitatum ejusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo: quantitates illæ duæ vocantur termini; unus antecedens, alter consequens.

24. Ratio est duplex, geometrica & arithmetica.

25. *Ratio arithmetica* est secundum excessum vel defectum ratio.

26. *Ratio geometrica* est secundum mensuram ratio.

27. Ratio geometrica est vel æqualitatis, vel inæqualitatis.

28. *Ratio æqualitatis* est, cum duo termini æquales inter se conferuntur.

29. *Ratio inæqualitatis* est, cum duo termini inæquales inter se conferuntur: Estque duplex, inæqualitatis majoris & inæqualitatis minoris.

30. *Ratio inæqualitatis minoris* est, cum minor refertur ad majorem, cujus nota est particula *sub*.

31. *Ratio inæqualitatis majoris* est, cum major refertur ad minorem.

32. Utraque est quintuplex: Multiplex, Superparticularis, Superpartiens, Multiplex superparticularis, & Multiplex superpartiens

33. *Ratio multiplex* est, cum major minorem aliquoties exacte continet.

34. *Ratio superparticularis* est, quando mi-

nor metitur majorem semel & remanet minoris pars aliquota.

35. *Ratio superpartiens* est, quando minor metitur majorem semel, & remanet pars ejus aliquanta.

36. *Multiplex superparticularis* est, quando minor metitur majorem aliquoties, & remanet pars minoris aliquota.

37. *Multiplex superpartiens* est, cum minor metitur majorem aliquoties, & remanet pars ejus aliquanta.

38. *Proportio* (quæ aliis dicitur proportionalitas,) est rationum similitudo.

39. *Proportio* est continua vel discontinua.

40. *Proportio continua* est, in qua continua est rationum collatio : seu in qua terminus nuus est prioris rationis posterior, & posterioris prior.

41. *Discontinua* est, in qua terminorum est interrupta collatio.

42. Proportio alia est geometrica, alia arithmetica.

43. *Arithmetica proportio* est duarum rationum arithmeticarum similitudo.

44. *Geometrica proportio* est duarum rationum geometricarum similitudo.

45. *Quantitates æque multiplices* dicuntur, quæ æquales sub se partes habent.

HYPOTHESES.

1. Cuilibet quantitati sumi posse æqualem vel multiplicem.

2. Quali-

6. Qualibet quantitate ſumi poſſe majorē.

AXIOMATA.

1. Quæ eidem æqualia & inter ſe ſunt æqualia.

2. Si æqualibus æqualia fuerint adjecta, tota ſunt æqualia.

3. Si ab æqualibus æqualia fuerint ablata, quæ relinquuntur, ſunt æqualia.

4. Si inæqualibus æqualia fuerint adjecta, tota ſunt inæqualia.

5. Si ab inæqualibus æqualia fuerint ablata, reliqua ſunt inæqualia.

6. Quæ ejusdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.

7. Quæ ejusdem dimidia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.

8. Totum majus eſt ſua parte.

9. Totum æquale eſt omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis.

THEOREMATA PRÆCIPUA.

IN omni proportione ſunt quatuor minimum termini.

2. In omni proportione geometrica, quæ eſt ratio antecedentis termini unius ad conſequentem terminum, ea quoque eſt totius ex antecedentibus, ad totum ex conſequentib.

3. Æquales quantitates ad eandem quantiatem eandem rationem habent: & eadem quantitas ad æquales quantitates eandem rationem habet.

4. Inæ-

4. Inæquales quantitates ad eandem quantitatem diversas habent rationes.

5. Si duæ quantitates habent eandem rationem ad unam quantitatem, illæ sunt inter se æquales: & contra duæ quantitates, ad quas eadem quantitas eandem rationem habet, inter se æquales sunt.

6. Quam terminus antecedens ad consequentem rationem habet, eandem & consequens ad antecedentem habet, non v. ejusdem inæqualitatis.

7. In proportione geometrica si primus major est secundo, tertius major est quarto: si minor est primus secundo, etiam tertius minor est quarto.

8. In proportione geometrica æque multiplices sunt in eadem ratione cum suis partibus, & contra partes cum suis æq; multiplicib.

9. Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum ad ablatum fuerit, erit etiã residuum ad residuum, ut totum ad totum.

10. Si quatuor numeri sunt proportionales, & vice versa sunt proportionales: ut quartus ad tertium, sic secundus ad primum: dicitur alias *Ratio inversa*.

11. Si quatuor termini proportionales sunt, & alternatim sunt proportionales: dicitur *Ratio Alterna*.

12. Quatuor proportionaliũ quantitatum maxima & minima simul sumptæ majores sunt reliquis duabus simul sumptis.

13. Quatuor proportionalium quantitatum,

tum, ut se habet prima ad tertiam, sic se habet composita ex prima & secunda, ad compositā ex tertia & quarta.

14. In proportione geometrica quatuor terminorum, ut se habet totum ex primo & secundo ad primum vel secundum, ita etiam totum ex tertio & quarto ad quartum vel tertium: vocatur *Ratio composita*.

15. Si quatuor proportionales sunt quantitates, quantitas, quæ fit ex multiplicatione primæ cum quarta, æqualis est ei, quæ fit ex secunda & tertia, quantitati: & vice verso: si quantitas facta ex prima & quarta, est æqualis factæ ex secunda & tertia, quatuor illæ quantitates proportionales sunt.

16. Quatuor proportionalium quantitatū, ut prima ad tertiam, sic differentia ex prima & secunda ad differentiam ex tertia & quarta.

17. Quatuor proportionalium terminorū ut differentia primi & secundi ad primum vel secundum terminum, ita differentia tertii & quarti ad tertium vel quartum: dicitur *Ratio Eversa* aut *Divisa*.

18. Totum è duabus quantitatibus & differentia earundem, est duplum majoris quantitatis.

19. Differentia duarum quantitatum si auferatur ex earum toto residuum est minoris quantitatis duplum.

EX ARITHMETICA DEFINITIONES.

Pars ſpecialis Matheſeos conſiderat quantitatis ſpecies. Sunt autem duæ ſpecies quantitatis Numerus & Magnitudo. Quæ Numerum conſiderat, dicitur Arithmetica: quæ Magnitudinem, Geometria.

1. *Arithmetica* eſt ſcientia, quæ circa numerum verſatur, quatenus eſt numerabilis.

Numerus eſt multitudo ex unitatibus collecta: *Unitas* ergo eſt numeri principium.

2. Prima affectio numeri eſt, quòd ſit par vel impar.

3. *Par* eſt, qui biſariam dividitur.

4. *Par* eſt triplex: pariter par, impariter par, pariter vel impariter par.

5. *Pariter par* eſt, quem par dividit per parem.

6. *Impariter par* eſt, quem par dividit per imparem.

7. *Pariter & impariter par* eſt, quem par per parem & alius par per imparem dividit.

8. *Numerus perfectus* eſt, qui partibus ſuis aliquotis eſt æqualis.

9. *Numerus imperfectus* eſt, qui ſuis partibus aliquotis non eſt æqualis.

10. *Numerus impar* eſt, qui unitate differt à pari.

11. Impar numerus eſt vel primus vel compoſitus.

12. *Numerus primus* dicitur, quem metitur ſola

sola unitas. i. e. qui non potest dividi nisi per solam unitatem in partes aliquotas.

13. *Numerus impar compositus* est, quem numerus quispiam metitur.

14. Omnis impar compositus dicitur impariter impar.

15. *Numeri primi inter se* dicuntur, quos nulla communis mensura metitur.

16. *Numeri compositi inter se* dicuntur, quos idem numerus metitur: atque hic numerus plures numeros metiens, dicitur *communis Divisor.*

17. *Communis divisor maximus* est numerus inter divisores maximus: seu qui ad minimos terminos seu quotientes redigit eos, quos metitur.

18. *Communis dividuus minimus* est, qui à numeris datis mensuratur, omniumque mensurabilium est minimus.

19. *Numerare* est progredi à numero ad numerum: vel à principio numeri ad numerum, & contra.

20. Omnis numeratio est duplex: vel in anterius vel in posterius: Seu à minori ad majorem, vel à majori ad minorem progressio.

21. *Supputare* est positis quibusdam numeris invenire alium. Estque quadruplex: Addere, Subtrahere, Multiplicare, Dividere.

22. *Addere* nil est aliud, quam datis quibusdam numeris invenire numerum, in quo tot sunt unitates, quot sunt in datis. Dati hic vocantur Addendi: inventus Summa dicitur

23. *Subtrahere* eſt invenire numerum, in quo tot ſunt unitates, quot unitatibus alter datorum ab altero differt. Datorum major appellatur *numerus A quo*; minor *ſubtrahendus*: inventus *differentia* ſive *reſiduum*.

24. *Multiplicare* eſt invenire numerum, in quo alter datorum toties continetur, quot ſunt in altero unitates. Dati *Factores*; inventus *Factum* ſeu *Productum* nominatur. *Continuo multiplicare* eſt, quando factum ex duobus multiplicatur in tertiũ, & hoc Factum in quartum, & ſic conſequenter.

25. *Dividere* eſt invenire numerum, in quo tot ſunt unitates, quoties alter datorum in altero continetur. Datorum major *Dividendus*; minor *Diviſor*, inventus *Quotus* ſive *Quotiens* vocatur.

26. *Progreſſio Arithmetica* eſt numerorum plurium continua proportio Arithmetica.

27. *Progreſſio Geometrica* eſt numerorum plurium continua proportio Geometrica.

28. *Numerus quadratus* eſt, qui factus eſt è numero in ſeſe multiplicato: Numerus ita multiplicatus *Radix Quadrata*; ejusque inventio *Extractio Radicis* vocatur.

29. *Numerus Cubicus* eſt, qui fit è multiplicatione Quadrati in Radicem: quæ ratione Cubici numeri, *Radix Cubica* dicitur.

30. *Numerus fractus* ſive fractio eſt pars integri; ſeu cum integrum in partes dividitur, earumque ſumuntur aliquot.

31. Fractionis duo ſunt termini, *Numerator* & *Denominator*. *Denominator* eſt, qui partes integri denominat, ſeu oſtendit in quot partes integrum dividatur. *Numerator* quot illarum partium ſumantur, numerat. Hic ſupra; ille infra lineam ſolet ſcribi, *Fractiones* eundem denominatorem habentes, dicuntur *Cognomines*.

32. Fractio eſt triplex: Simplex, Mixta & Compoſita. *Fractio ſimplex* eſt, qvæ unico conſtat Numeratore & Denominatore. *Mixta* eſt, cui adhæret integrum. *Compoſita* eſt Fractio cui adhæret fractio, & alias *Fractio fractionis* dicitur.

33. *Impropria Fractio* dicitur, qvando Numerator major eſt Denominatore, aut eidem æqvalis. Priori modo integro major, poſteriori minor eſt.

34. Novem his charecteribus (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,) apud nos vulgo omnis numerus, major minorqve, pro diverſa collocatione notatur: primo enim à dextris loco poſitus character ſemet ipſum ſemel, ſecundo decies, tertio centies, qvarto millies, & ita porro in decupla ſemper proportione ſignificat. Unde Monadici, Decadici, Centenarii, Millenarii appellantur. Ziphra (0) loci faciendi gratia adhibetur.

AXIOMATA.

Metiens metientem metitur & menſum. 2. Metiens totum & ablatum metitur & reſiduum.

3. Nu-

3. Numerus metiens quoscunque numeros, metitur & compositum ex illis.

4. Numerus omnis metitur seu dividit semet ipsum per unitatem.

5. Unitas metitur omnem numerum per ipsum numerum.

6. Omnis numerus æqualis æqualem suum metitur per unitatem.

7. Unitas numerum nec multiplicat, nec dividit.

THEOREMATA ARITHMETICA.

SI duobus numeris inæqualibus propositis detrahatur minor à majori alterna quadam detractione, neq; reliqvus unquam metiatur præcedentem, quoad adsumpta sit unitas, qui primò propositi sunt numeri, primi inter se sunt.

2. Numerus metiens duos vel tres numeros, maximum quoque eorundem communem divisorem metitur.

3. Omnis numerus omnis numeri, minor majoris aut pars est aliquota, aut aliquanta.

4. Si numerus numeri pars vel partes fuerit, & alter alterius eadem pars vel eædem partes & simul uterque utriusque simul eadem pars vel eædem partes erit, quæ unus unius.

5. Si numerus numeri pars aliquota vel aliquanta fuerit, qualis ablatus ablati, & reliqvus reliqui eadem pars erit, qualis totus totius.

6. Si numerus numeri pars aliquota vel aliquanta fuerit, & alter alterius pars: & vicissim, quæ pars est primus tertii, eadem pars erit secundus quarti.

7. Si duo numeri sese mutuò multiplicantes fecerint aliquos, geniti ex ipsis æquales erunt.

8. Minimi numeri omnium, eandem cum eis rationem habentium metiuntur æque numeros, eandem cum eis rationem habentes, major majorem, & minor minorem.

9. Primi numeri inter se sunt minimi omnium, eandem cum eis ratione͂ habentium.

10. Minimi numeri omnium eandem cum eis rationem habentium, sunt primi inter se.

11. Si duo numeri primi inter se fuerint, qui metitur unum illorum, ad alterum est primus.

12. Si duo numeri ad quempiam primi fuerint, etiam ex illis genitus ad eundem primus erit.

13. Si duo numeri primi inter se fuerint, etiam ex uno eorundem genitus ad reliqvum primus erit.

14. Si duo numeri ad duos numeros, uterqve ad utrumque primi fuerint, etiam qui ex iis gignuntur, inter se primi erunt.

15. Si duo numeri primi inter se fuerint, & multiplicans uterqve se ipsum, fecerit aliqvem, & geniti ex ipsis primi inter se erunt: & si, qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos, & quoque primi inter se erunt.

16. Si duo numeri primi inter se fuerint, etiam

etiam uterq; simul ad quemlibet illorum primus erit.

17. Si duo numeri numerum quendam metiantur, etiam minimus, quem illi metiuntur, eundem metitur.

18. Si pares numeri quicunque adduntur, totus erit par.

19. Si impares numeri quodcunque componantur numero pari, totus ex illis erit par.

20. Si impares numeri quicunque addun-tur numero impari & totus erit impar.

21. Si par à pari detrahatur & reliqvus erit par.

22. Si à pari numero impar detrahatur & reliqvus erit impar.

23. Si ab impari detrahatur impar, reliqvus par erit.

24. Parem ab impari si aufers, erit reliqvus impar.

25. Numerus impar multiplicans parem facit parem.

26. Impar multiplicans imparem facit imparem.

27. Numerus par constituit cubum, quadratum & reliquos numeros figuratos pares, impar impares.

28. Si fuerint duo numeri, seceturq; ipsorum alter in quotcunque partes, numerus planus comprehensus sub illis duobus numeris, æqualis est numeris, qui sub numero indiviso, & qualibet parte numeri divisi continentur.

29. Si numerus in duas partes dividatur, nume-

numeri plani sub toto & singulis partibus comprehensi æquales sunt numero quadrato, qui à toto efficitur.

30. Si numerus in duas partes dividatur, numerus planus sub toto & una parte comprehensus, æqualis est illi numero, qui sub partibus continetur unà cum quadrato, qui à prædictâ parte efficitur.

31. Si numerus in duas partes dividatur, quadratus ex toto factus, æqualis est quadratis, qui à partibus efficiuntur, una cum numero plano, qui bis sub partibus continetur.

33. Si numerus dividatur in duas partes æquales, & illi aliquis numerus adjiciatur, numerus qui fit ex toto cum adjecto in adjectum, una cum quadrato dimidii numeri, æqualis est quadrato ejus numeri, qui ex dimidio & adjecto componitur.

34. Si numerus in duas partes dividatur, quadratus totius, una cum quadrato unius partis, æqualis est numero, qui fit bis ex toto in dictam partem, unà cum quadrato reliquæ partis.

35. Si numerus in duas partes dividatur, qui fit quater ex toto in unam partem, una cum quadrato reliquæ partis, æqualis est quadrato numeri compositi ex toto & priori parte.

36. Si numerus secetur in duas partes æquales, & alias duas non æquales, quadrati qui ab inæqualibus partibus fiunt, dupli sunt quadratorum, qui à dimidio numero, & ab intermedio efficiuntur.

37. Si numerus in duas partes æquales dividatur, adjiciatur autem illi alius quispiam numerus, quadratus compositi numeri ex toto & adjecto, & quadratus numeri adjecti simul dupli sunt ejus quadrati, qui ex dimidio efficitur, & ejus qui fit à numero composito ex dimidio & adjecto.

PROBLEMATA.

Problema I.

Addere datos numeros.

Subscribantur (1) monadici monadicis, decadici decadicis &c. (2) subducta linea adde ordine monadicos, & summæ characterem à dextris primum lineæ subjice, reliqvo servato. (3) Adde & decadicos, atqve unà servatum, iterumqve primum decadicis subjice, reliquo, si adest, servato. (4) eodemqve modo centenarios, millenarios, aliosqve, & habebitur Summa.

Problema II.

Subtrahere numerum minorem à majori.

Subscribatur (1) à dextris incipiendo minor majori. (2) monadicum subtrahe à monadico, & reliqvum sub linea scribe: ita & decadicum à decadico & reliquos à reliquis. (3) qvod si character inferior major superiori, à seqventi aufferatur unitas, qvæ decem valet, & addatur superiori, atqve subtrahatur ut antea. (4) Si sequens character fuerit Ziphra à sequenti eam charactere unitas detrahatur, & Ziphra habeatur pro novenario.

Probl.

Probl. III.

Multiplicare numerum per numerum.

Iterum (1) subscribantur ordine jam dicto multiplicandus & multiplicans (2) per multiplicantis primum characterem multiplica primum multiplicandi, & facti characterem primum multiplicantis primo subjice, reliquo, si adest, in mente servato. (3) per eundem multiplica secundum, & facto adde servatum, summæque primum subscribe seqventi; idq; toties, quot sunt multiplicandi characteres; ultimum sive factum sive summa subscribitur integre. (4) Eodem modo per secundum multiplicantis multiplicabis omnes multiplicandi characteres. (5) Omnes hos adde, & habebis factum seu productum integrum.

Probl. IV.

Dividere numerum majorem per minorem.

Dividendo (1) divisor subscribatur incipiendo à sinistris: si extremus divisoris character major est extremo dividendi, subscribatur sub sequenti. (2) vide qvoties extremus hic contineatur in suprascripto, quotientem post lineolam nota. (3) multiplica per qvotientem divisoris characteres omnes, & factum subtrahe à superius scriptis, residuo notato. (4) scribatur divisor infra residuum, fiatque ut antea; idqve repetatur, donec vel nihil sit residui, vel residuum minus sit divisore. (4) Residuum cum divisore dabit fractionem jungendam quotienti.

Probl. V.

Duorum numerorum inter se compositorũ communem divisorem maximum invenire.

Majorem divide per minorem, residuum, si quid fuerit, per divisorem, usque dum nihil remanserit. Divisor ille qvi exacte metitur, est communis divisor maximus. Si unitas remanserit; numeri inter se sunt primi.

Probl. VI.

Datis numeris invenire minimos, eandem rationem habentes.

Per communem divisorem maximum dividantur singuli: qvotientes eandẽ rationem habebunt.

Probl. VII.

Duorum numerorum communem dividuum minimum invenire.

Si primi inter se sunt; multiplicentur in se invicem; factum erit communis dividuus minimus: sin compositi; quærantur minimi, eandem rationem habentes, inque se invicem multiplicentur; factum erit communis divisor minimus.

Probl. VIII.

Fractionem impropriam redigere ad propriam.

Dividatur numerator per denominatorem: qvotiens erit vel integer, vel fractio mixta.

Probl. IX.

Fractionis simplicis valorem investigare.

Multiplicentur partes integri per numeratorem ctorem, factum dividatur per Denominatorē: quotus erit valor fractionis in partib. integri.

Probl. X.

Fractionem ad minimos terminos redigere.

Qværantur minimi eandem rationem habentes.

Probl. XI.

Fractionem mixtam redigere in ſimplicem.

Integrum multiplicetur per adhærentis fractionis denominatorem. (2) facto addatur numerator. (3) Summæ ſubſcribatur Denominator.

Probl. XII.

Fractionem compoſitam mutare in ſimplicem.

Multiplica numeratores fractionis continua multiplicatione, ut fiat unus (2) eodem modo denominatores.

Probl. XIII.

Integrum mutare in fractum.

Integro interjecta lineola ſubſcribatur unitas. Vel integrum multiplicetur in ſuas partes, factoque ipſæ partes ſubjiciantur loco denominatoris.

Probl. XIV.

Fractiones duas reddere cognomines.

Multiplicentur inter ſe denominatores; factum eſt communis denominator. (2) multiplicentur Numeratores & Denominatores alternatim, duo facta cònſtituunt duos numeratores communi Denominatori ſupraſcribendos.

Probl. XV.

Datarum fractionum quæ sit major cognoscere.

Adde ziphram numeratoribus singulis (2) eosque per suos denominatores divide: major fractio est, cujus quotiens major est.

Probl. XVI.

Addere fractiones duas.

Fiant cognomines; (2) adde numeratores, & summæ commune nomen subjice.

Probl. XVII.

Subtrahere fractionem à fractione.

Fiant cognomines; (2) subtrahe numeratorem minorem à majori, (3) residuo subjice communem Denominatorem.

Probl. XVIII.

Multiplicare fractionem.

Multiplica (1) Numeratores inter se, ut fiat Numerator novus: (2) & Denominatores; factum dat Denominatorem productæ fractionis.

Probl. XIX.

Dividere fractionem.

Dividendam è regione dividentis colloca versus dextram, (2) multiplica denominatorem dividentis in Numeratorem dividendæ, & fiet Numerator; (3) multiplica numeratorem dividentis in Denominatorem dividendæ, & fiet Denominator qvotientis fractionis. *Notabis* hæc Problemata de Computatione fractionum intelligi de fractione simplici, in quam mixta & composita prius erit redigenda.

Probl. XX.

Datis tribus numeris, invenire quartum proportionalem.

Multiplicetur ſecundus per tertium; (2) Factum dividatur per primum: qvotiens erit qvartus proportionalis. *Modus hic facillimus;* plures Theoremata ſuppeditant.

Probl. XXI.

Datis tribus numeris invenire ſecundum vel tertium discontinue proportionalem.

Multiplicetur primus per ultimum, (2) Factum dividatur per medium: qvotiens erit ſecundus vel tertius pro natura proportionis.

Probl. XXII.

Datis tribus invenire primum proportionalem.

Multiplicetur ſecundus per tertium: (2) factum dividatur per quartum.

Probl. XXIII.

Differentiam progreſſionis Arithmeticæ venari.

Subtrahe quemcunque numerum minorẽ à majori; reſiduum eſt differentia.

Probl. XXIV.

Augere progreſſionis Arithmeticæ terminos.

Minorem ſubtrahe à majori, (2) differentiam adde majori, vel ſubtrahe à minori pro natura progreſſionis.

Probl. XXV.

Datos quotcunq; numeros in progreſſione arithmetica compendioſe addere.

Primus terminus addatur ultimo; (2) ſumma per numerum terminorum multiplicetur. (3) productum bisecetur: semissis est summa datorum.

Probl. XXVI.

Datis duobus medium Arithmeticè proportionalem invenire.

Adde datos: Summæ dimidium erit qvæsitum.

Probl. XXVII.

Datis in progressione Arithmetica numero & differentia terminorum cum primo termino invenire ultimum.

Numerum terminorum unitate privatum multiplica in differentiam, (2) Facto adde numerum primum; summa dabit ultimum terminum.

Probl. XXVIII.

Datis numero & differentia terminorum cum ultimo invenire primum.

Sublata unitate è numero terminorum, reliqvum multiplica per differentiam, (2) Productum subtrahe ab ultimo.

Probl. XXIX.

Datis primo & ultimo terminis una cum differentia invenire numerum terminorum,

Subtrahe primum ab ultimo. (2) reliqvum per differentiam divide, (3) qvoto adde unitatem.

Probl. XXX.

Datis primo & ultimo cum numero terminorum quarere differentiam.

Sub-

Subtrahe primum ab ultimo, Reliqvum per numerum, unitate minorem numero terminorum, divide: qvotus dabit differentiam.

Probl. XXXI.

Progressionis Geometricæ rationem seu Denominatorem rimari.

Per minorem proximum majorem divide; qvotiens erit Denominator.

Probl. XXXII.

Progressionem Geometricam continuare.

Multiplica in progressione minoris inæqvalitatis majorem per Denominatorem; factum est terminus novus: In progressione majoris inæqualitatis per Denominatorem divide minorem, quotiens dabit terminum alium.

Probl. XXXIII.

Terminum quotumcunque progressionis Geometricæ inqvirere.

Continuetur progressio geometrica eò usque, dum ex numeris terminorum per additionem fieri possit, qui terminum desideratum indicat. (*Notandum vero quod termini numerentur, incipiendo non à primo, sed secundo.*) Tum multiplicentur duorum numerorum, per additionem desideratum constituentium, termini: & factum dividatur per primum terminum. Qvotiens est desideratus terminus.

Probl. XXXIV.

Datos quotcunque numeros in progressione Geometrica compendiose addere.

Subtrahe primum terminum ab ultimo, (2) Residuum divide per numerum unitate minorem Denominatore, (3) quotienti adde numerum ultimum, quæ Summa erit omnium numerorum.

Probl. XXXV.

Dati numeri cujuscunque quadratum, cubum & sursolidum inqvirere.

Datus numerus multiplicetur in se, & habetur Qvadratus: Idem numerus multiplicetur in quadratum, & habetur Cubus. Quadratus ducatur in cubũ, & habebitur Sursolidus.

Probl. XXXVI.

Radicem quadratam è numero dato extrahere.

Characteres dati numeri punctis alterni notentur, incipiendo à dextris, (2) subductis duabus lineis, qværatur numeri ultimo puncto contenti Radix quadrata, si qvam habet, & intra lineas scribatur sub puncto, deleto suprascripto numero. Si vero puncto illo comprehensus numerus quadratus non sit, & ita Radicem non habeat, sumatur proxime minor quadratus, & à suprascripto numero subtrahatur, Radix vero illius intra lineolas scribatur. (3) Radicem dupla; atqve duplum hoc infra lineam characteri sequens punctũ præcedenti subjice, & per hunc tanquam divisorem superius scriptos divide, quotiente sub puncto intra lineas, & infra eas notato. (4) Facta divisione iterum quicquid intra lineas est, dupla, & ut supra divide:. idqve toties, quot supersunt puncta. Si quid fuerit residui,

ſidui; illud fractionis numeratorem dabit; Denominator erit radix duplata cum unitate addita.

Probl. XXXVII.

Radicem cubicam è numero dato extrahere.

Characteres dati numeri punctis notentur, duobus ſemper præteritis, incipiendo à dextris (2) ſubductis duabus lineis quæratur numeri ultimo puncto comprehenſi Radix Cubica, ſi quam habet, & intra lineas ſub puncto ſcribatur, deleto ſuperiori numero. Si vero ſuperior numerus Cubicus non ſit, nec ita Radicem habeat, proxime minor Cubicus à ſupraſcripto ſubtrahatur, & Radix illius intra lineas notetur. (3) Radicem tripla, & triplum illud ſub charactere punctum ſequens præcedente infra lineas nota. (4) Ducatur triplum in Radices ante poſitas, & productum ſubſcribe uno loco remotius verſus ſiniſtram, ſitque diviſor. (5) Vide quoties hic diviſor contineatur in ſupraſcripto numero, & quotientem ſub puncto intra lineas nota, (6) Per quotientem multiplica diviſorem, & factum illi ſubſcribe. (7) Triplum per quotientis quadratum multiplica, productumq; uno loculo ſcribe remotius verſus dextram. (8) quotientis cubum ſubſcribe puncto. (9) hosce tres numeros adde, & ſummam de ſuperiori numero ſubtrahe, reſiduum nota (10) Iterum tripla, & eodem modo operare, uti ſupra, donec omnia puncta abſolveris. Numeri infra lineas Radicem cubicam conſtituunt.

tuunt. Si quid reliqui fuerit; fiat illud Numerator fractionis, cujus Denominator invenitur ita: (1) Tripla Radicem, & triplum per Radicem multiplica. (3) triplum unitate auctum, producto præcedenti adde. Summa erit numerator fractionis, quæ cum Radice, ceu Integro, quam proxima Radix est.

Probl. XXXVIII.

Aliter invenire Radicem cum quadratam, tum Cubicam Numeri surdi.

Datum Numerum (1) multiplica per quadratum vel Cubum denarii, centenarii vel millenarii. (2) Extrahe Radicem juxta Problema 36. vel 37. (3) Radici inventæ tanquã Numeratori subjice Radicem denarii, centenarii, vel millenarii tanquam Denominatorem, quæ fractio propius ad veram radicem dati numeri accedit.

Probl. XXXIX.

Datis duobus numeris invenire medium continuo-proportionalem Geometrice.

Multiplicentur illi duo inter se (2) è producto extrahatur Radix.

Tabula Quadratorum & Cuborum cum suis Radicibus.

Rad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Qvad.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cub.	1	8	27	64	125	126	343	512	729

Tabula Pythagorica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
	3	9	12	15	18	21	24	27
		4	16	20	24	28	32	36
			5	25	30	35	40	45
				6	36	42	48	45
					7	49	56	63
						8	64	72
							9	81

DEFINITIONES GEOMETRIÆ.

GEometria est Mathesis pura, considerans magnitudinem, ut est magnitudo.

2. *Magnitudo* est quantitas continua: cujus principium dicitur *Punctum*.

3. Est autem *Punctum*, cujus pars nulla est, seu quod actu individuum est: & consideratur vel *absolute* vel *relate*.

4. *Punctum* absolute sumptum est vel *inchoans*, quod magnitudinis est initium: vel *finiens*, qvod ejusdem finis est: vel *continuans*, quod in loco quocunqve medio utramque magnitudinis partem conceptam terminat.

5. Relate spectatum multis modis variat: In Geometria aliud est punctum contactus, aliud punctum intersectionis.

6. *Punctum contactus* est, in quo linea curva aliam contingit, secare non potest. *Punctũ intersectionis* est, in qvo duæ lineæ qvocunq; modo se mutuo intersecant, vel intersecare possunt.

7. Species magnitudinis tres sunt: Linea, Superficies, Corpus..

8. *Linea* est longitudo latitudinis expers, seu longitudo illatabilis: Hæc consideratur vel absolute vel respective.

9. Linea absolute spectata est vel simplex,

vel

vel mixta. *Linea simplex* est, quæ tractu suo per omnia uniformis existit: estque vel recta vel curva.

10. *Linea recta* est, quæ ex æquo sua interjacet puncta, seu quæ nihil habet flexuosi: sive brevissima inter duos terminos extensio.

11. *Linea curva* sive *circularis* est, quæ æqualiter distat à medio comprehensi spatii puncto. *Linea mixta* est, quæ flexuosa tota est, ac nec simpliciter recta, nec simpliciter circularis existit: Formas habet varias. Potiores sunt ovalis, spiralis, lenticularis, conchalis, cornicularis.

12. Relativè spectata linea est vel parallela vel concurrens. *Lineæ parallelæ* sunt, quæ cum in eodem plano existant, & ex utraque parte in infinitum producantur, in neutra sibi mutuo concurrunt. *Concurrentes* dicuntur, quæ se invicem tangunt aut secant, aut tangere vel secare possunt, si producantnr. Suntque vel perpendiculares vel obliquæ.

13. *Linea perpendicularis* est, quæ supra aliam existens, eos qui deinceps sunt angulos utrinque æquales facit; Seu quæ insistens alteri lineæ, neque in hanc neque illam partem inclinat. *Obliqua* quæ angulos facit inæquales.

14. *Superficies* est magnitudo, quæ longitudinem & latitudinem habet, cujus termini sunt lineæ. Superficies est vel simplex vel mixta: *Superficies simplex* est, quæ determinatur lineis simplicibus: estque vel gibba vel plana.

15. *Superficies plana* eſt, quæ terminatur lineis rectis, ſeu cujus omnibus partibus poteſt linea recta accommodari. *Superficies gibba* ſeu ſphærica eſt, quæ terminatur linea circulari.

16. Eſtque vel concava vel convexa. *Concava* eſt interior verſus medium punctum ſuperficies. *Convexa* eſt exterior.

17. *Superficies mixta* eſt, quæ lineis mixtis comprehenditur.

18. Lineæ & ſuperficiei adjuncta ſunt angulus & figura. *Angulus* eſt duarum linearum vel ſuperficierum ſe mutuò tangentium, nec in directum jacentium alterius ad alteram inclinatio. Eſtque duplex planus & ſphæricus.

19. *Angulus planus* eſt duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium inclinatio. *Angulus ſphæricus* eſt duarum linearum circularium in ſphæra ſe invicem tangentium.

20. Angulus conſideratur vel abſolutè vel reſpectivè. Abſolutè ſpectatus conſideratur vel ratione terminorum, vel ratione formæ. Ratione terminorum angulus eſt vel rectilineus vel curvilineus, vel mixtilineus. *Angulus rectilineus*, qui rectis. *Curvilineus*, qui curvis. *Mixtilineus*, qvi mixtis lineis continetur.

21. Ratione Formæ eſt rectus vel obliqvus. *Angulus rectus* eſt, cum linea lineæ ita inſiſtit, ut ad neutram partem magis inclinet, ſed angulos utrinque faciat æqvales. E A C. *Angulut obliquus* eſt, cum ita linea lineæ inſiſtit, ut ad unam partem magis, qvam ad al-

teram

teram inclinet, faciatque adeo angulos inæquales. Estque vel obtusus vel acutus. *Angulus obtusus* dicitur, qui recto major est: B A C. *Angulus acutus*, qui recto minor est: D A B.

22. *Angulus* relate spectatus multis modis variat. *Anguli deinceps* sunt, qvi ad utramq; partem sunt lineæ in aliam incidentis. Vocantur etiam *anguli tactus & incidentiæ:* BDA. CDA.

23. *Anguli verticales* dicuntur, quorum vertices sibi invicem sunt oppositi, fiuntque, quando linea lineam secat B D A. : C D E.

24. *Anguli alterni* dicuntur, qui sunt intra duas lineas ad utramque partem incidentis non deinceps: C D E, F E D.

25. *Anguli oppositi* dicuntur, qui ad easdẽ partes sunt incidentis alter intra duas lineas, alter extra: B D A, F E D.

26. *Anguli interni* dicuntur, qui sunt intra duas lineas, ad eandẽ partem incidentis. B E D, F E D.

27. *Figura* est, quæ sub aliquo vel aliquibus comprehensa terminis circumquaque clauditur.

Partes ejus vel essentiales sunt, vel extra essentiales. *Essentiales* sunt Centrum, Perimeter, Area.

28. *Centrum* est punctum in figura præcise medium. *Perimeter* vel *peripheria* est figuræ comprehensio seu ambitus eandem undiqvaque claudens. *Area* est totum illud spatium, terminis figuræ comprehensum.

29. Par-

29. Partes figuræ extra essentiam sunt radius, diameter, altitudo. *Radius* est linea recta à centro ad peripheriam ducta. *Diameter* est recta linea figuræ inscripta, perque centrum ducta, ex utraque parte in peripheriam terminata. alias Diagonius. *Altitudo* est linea perpendicularis à vertice figuræ ad basin deducta.

30. Affectiones figuræ in se spectatæ sunt Ordinatio & Ratio.

31. *Figura ordinata* est, quæ lateribus & angulis constat æqualibus. *Figura inordinata* est, quæ lateribus & angulis æqualibus non constat.

32. *Figura rationalis* est, cujus altitudo in basin ducta, producit figuram certo mensuræ numero constantem. *Irrationalis* est, cujus altitudo in basin ducta, certo numero õ constat.

33. Affectiones figuræ relativæ variæ sunt. Aliæ n. sunt *Figuræ Isoperimetræ*, quæ æquales continent ambitus. Et hæ iterum vel homogeneæ vel heterogeneæ.

34. *Isoperimetræ homogeneæ* sunt, quæ æquales habent ambitus lateribus æque multis comprehensos. *Isoperimetræ heterogeneæ* sunt, quæ æquales habent ambitus, numero inæqualibus lateribus constantes.

35. *Figuræ æque altæ* dicuntur, quæ unam eandemque habent altitudinem.

36. *Figuræ similes* sunt, quæ & angulos singulos singulis habent æquales, lateraque circum angulos proportionalia.

Fi-

37. *Figuræ similiter sitæ* sunt, quæ & latera circa angulos æquales habent proportionalia, & situm ordinemque laterum ad se invicem eundem.

38. *Figuræ reciprocæ* sunt, cum in utraqve figura antecedentes & consequentes termini proportionales fuerint: h. e. ut latus figuræ hujus ad latus alterius, ita aliud latus ejus figuræ ad aliud latus prioris.

39. Species figuræ duæ sunt, simplex & mixta. *Figura simplex* est, quæ terminis comprehenditur simplicibus: Estque vel rectilinea vel curvilinea.

40. *Figura rectilinea* est, quæ sub rectis continetur lineis. Estqve vel prima vel composita.

41. Figura rectilinea prima *Triangulum* vocatur. *Triangulum* autem est Figura tribus lineis comprehensa, unde & *trilatera*, appelpellatur.

42. Triangulum dividitur duobus modis. Ratione laterum, & Ratione angulorum.

Ratione laterum est triplex, æquilaterum, æquicrurum, & scalenum.

43. *Triangulum æquilaterum* est, quod habet omnia tria latera, & omnes angulos inter se æquales. Aliàs dicitur Isopleuron. *Æquicrurum* est, quod binis tantum lateribus æqualibus constat, & duos tantum angulos æquales habet: dicitur & Isosceles. *Scalenum* est, quod sub tribus inæqualibus continetur lineis, & angulos omnes habet inæquales.

44. Ratione angulorum itidem triplex, Rectangulum, Obtusangulum, Acutangulum. *Rectangulum* est, quod angulũ habet rectum: *Obtusangulum* est, quod obtusum: *Acutangulum*, quod omnes tres angulos habet acutos.

45. Duo latera angulum includentia vocantur ejus *crura*, angulo incluso oppositum latus dicitur *basis*. Si triangulum est rectangulum, crus unum anguli dicitur *Cathetus* seu *perpendiculum*, alterum *basis*. Recto oppositum latus *hypotenusa* seu *subtensa* dicitur.

46. *Figura rectilinea composita* est, quæ in primas resolvi potest. Estque vel quadrilatera vel multilatera.

47. *Quadrilaterum* seu *Quadrangulum* est figura, quæ sub quatuor rectis continetur lineis. Estque vel parallelogrammum vel Trapezium.

48. *Parallelogrammum* est quadrangulum, cujus bina latera opposita sunt æqualia & parallela. Estque duplex, rectangulum & obliquangulum.

49. *Rectangulum* est parallelogrammum, habens omnes angulos rectos. Estq; duplex, Quadratum & oblongum.

50. *Quadratum* est parallelogrammum rectangulum, omnia latera & omnes angulos habens æquales.

51. *Oblongum* est parallelogrammum rectangulum habens duo tantum latera opposita æqvalia.

52. Ob-

52. *Obliquangulum* eſt parallelogrammum habens angulos omnes obliquos. Eſtque vel Rhombus vel Rhomboides.

53. *Rhombus* eſt parallelogrammum obliquangulum habens omnia latera æqualia.

54. *Rhomboides* eſt parallelogrammũ duo tantum habens latera æqualia.

55. Parallelogrammi partes ſunt Diagonalia, Complementa & Gnomon.

56. *Diagonalia* ſunt duo partialia parallelogramma, per qvæ diameter tranſit.

57. *Complementa* ſunt duo partialia parallelogramma, quæ à conterminis diagonalium lateribus comprehenduntur.

58. *Gnomon* eſt alterutrum diagonalium parallelogrammorum cum duobus complementis.

59. *Trapezium* eſt quadrilaterum, duo latera habens parallela, & duo non parallela. eſtque vel Trapezium Iſoſcele vel Scalenum.

60. *Trapezium Iſoſcele* eſt, qvod duo habet latera æqualia.

61. *Trapezium Scalenum* dicitur, quod nullum habet latus alteri æquale.

62. *Trapezoides* eſt qvadrilatera figura, nulla habens latera parallela.

63. *Multangulum* eſt figura, quæ ſub pluribus quam qvatuor comprehenditur lineis rectis. Ejus infinitæ ſunt ſpecies: quinqvangulum, ſextangulum, ſeptangulum, octangulum, &c.

64. *Figura curvilinea* est, quæ sub circulari continetur linea.

65. *Circulus* est figura plana, sub una linea comprehensa, ad quam ab uno puncto eorum, quæ intra sunt figuram positæ, cadentes omnes rectæ lineæ sunt inter se æqvales.

66. Partes ejus sunt Semicirculus, Quadrans, Sextans. &c.

67. *Semicirculus* est figura, quæ continetur sub diametro, & eâ lineâ, quæ de circuli peripheria aufertur.

68. *Quadrans* est figura plana sub duabus semidiametris ad angulos rectos se invicem tangentibus & quarta peripheriæ parte comprehensa.

69. *Segmentum circuli* est figura, quæ sub recta linea & circuli peripheria comprehenditur: Estque vel semicirculus, vel semicirculo majus, vel eodem minus.

70. *Sector circuli* est figura comprehensa à rectis lineis angulum in circuli centro efficientibus, & peripheria ab illis assumpta: estque iterum vel major vel minor semicirculo.

71. Figura pluribus inclusa peripheriis vel *concentrica* est, quæ circulis parallelis continetur: vel *excentrica*, quæ circulis non parallelis continetur, vel triangularis, quæ tribus continetur circuli partibus.

Excentrica est Amphikyrtos, Amphikolos, Menoides.

72. *Amphikyrtos* est, quando concavæ partes sunt intra figuram.

73. *Amphikolos*, quando lineæ circulares ita conjunguntur, ut partes convexæ sint intra figuram.

74. *Menoides* est, quando alterius convexa, alterius concava pars sunt intra figuram.

75. *Triangulum sphæricum* est figura triangularis in sphæra è tribus peripheriæ partibus constans. Estque vel rectangulum vel obliquangulum.

76. *Triangulum sphæricũ rectangulum* est, quod habet angulum rectum, & quidem vel unum rectum habet, vel plures uno. Triangulum sphæricum rectangulum *unum rectum* habens, habet vel *duos* reliqvos *acutos* & tria latera quadrante minora: vel *duos obtusos*, & duo latera quadrante majora, tertium quadrante minus: vel *unum acutum, alterum obtusum*, & duo latera quadrantibus majora, tertium quadrante minus. *Plures* uno habens *rectos* vel *duos* vel *tres* habet rectos, si *duo* sunt *recti* & *unus acutus*, duo latera sunt quadrantes, tertium vero est quadrante minus; si vero *tertius obtusus* est, obtusi crura sunt quadrantes, tertium est quadrante majus: *tres rectos* habens tria latera habet qvadrantes.

77. *Figura mixtilinea* est, quæ rectis & curvis terminatur lineis, seu quæ mixtis lineis terminatur: ejus species sunt infinitæ.

78. *Corpus* est magnitudo tribus constans dimensionibus, longitudine, latitudine & profunditate, aliàs solidum vocatur. Estque vel simplex vel mixtum.

79. *Corpus simplex* est, quod continetur ſuperficiebus ſimplicibus. Eſtque vel planú, vel gibbum.

80. *Corpus planum* eſt, quod ſub planis continetur ſuperficiebus. Eſtq; vel primum vel compoſitum. *Corpus primum* vocatur Pyramis. Eſt autem *Pyramis* corpus planum ab uno plano ad unum punctum conſtitutum: Punctum illud *vertex* ſeu *faſtigium:* planum vero *baſis* dicitur. Differt pro varietate baſium. Hæc n. ſi triangula, eſt *Pyramis triangula.* ſi qvadrangularis, *quadrangula* dicitur.

81. *Pyramis triangula* eſt vel ordinata vel inordinata. *Ordinata* eſt, quæ quatuor æqvalibus & æquilateris comprehenditur triangulis. Dicitur aliàs *Tetrahedrum.*

82. *Corpus planum compoſitum* eſt vel Priſma vel Polyedrum.

83. *Priſma* eſt figura ſolida, quæ planis continetur, quorum adverſa duo & æqualia & ſimilia & parallela: reliqua vero parallelogramma. Pro varietate baſeos variant. Si baſis eſt triangularis, fit inde Pentaëdrum.

84. *Pentaedrum* eſt priſma duobus triangulis æqualibus ſimilibus ac parallelis tribusque parallelogrammis comprehenſum.

85. *Hexaedrum* eſt priſma duobus quadrangulis æqualibus ſimilibus ac parallelis quatuorq; parallelogrammis contentū. Eſtque triplex; parallelepipedum & Trapezium.

86. *Parallelepipedum* eſt hexaëdrum ſex parallelogrammis incluſum. Eſtque rectangulum

gulum vel obliquangulum. Rectangulum est vel cubus vel oblongum. *Cubus* constat sex quadratis.

87. *Oblongum* est prisma constans duob. quadratis æqualibus, & quatuor oblongis.

88. *Prisma obliquangulum* est vel Rhombus vel Rhomboides.

89. *Rhombus* est parallelepipedum sex Rhombis æqualibus contentum. Rhomboides sub duobus Rhombis & quatuor Rhomboidibus continetur.

90. *Trapezium* est corpus sub duobus trapeziis æqualibus,quatuorque parallelogrammis comprehensum.

91. *Polyedrum* est, quod sub pluribus continetur superficiebus. Estque vel ordinatum vel inordinatum. Inordinata sunt infinita. Ordinata autem tria: Icosaëdrum, Octaëdrum, Dodecaëdrum.

92. *Octaedrum* est figura solida sub octo sriangulis æqvalibus, & æqvilateris contenta. *Icosaedrum* est figura solida sub viginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa. *Dodecaedrum* est figuta solida sub duodecim qvinqvangulis æqvalibus, & æqvilateris comprehensa. Suntque ita in universum ordinata seu regularia corpora quinq; Pyramis Tetraëdra, Cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum, Icosaëdrum.

93. *Corpus sphæricum* seu *gibbum* dicitur, quod superficieb. sphæricis seu gibbis comprehenditur. Estq; vel totaliter sphæricum,

ut globus, vel ex parte tantum, ut cylindrus & conus.

94. *Globus* seu *sphæra* est, quando semicirculi manente semidiametro circumductus semicirculus in se ipsum revolvitur, unde moveri cœperat circum adsumpta figura. Suntq; in globo observanda duo: Axis & Poli.

95. *Conus* est figura solida, quæ sub circulo & superficie conica inter verticẽ & circuli peripheriam interjecta comprehenditur: seu est pyramis rotunda. Consideranda sunt in cono tria: Axis, Basis & Vertex.

96. *Basis* est planum circulare inferius. Vertex est acutior extremitas. *Axis* est linea è baseos centro ad verticem ducta. In cono notandæ sunt tres sectiones.

97. *Sectio parabolica* est, quando conus secatur basi parallele. *Sectio hyperbolica* est, quando axin secat, non vero basin. *Elliptica sectio*, quæ & basin secat & axin.

98. *Cylindrus* est figura sub duobus circulis æqualibus & parallelis superficieq; cylindrica inter ipsos interjecta comprehensa: seu est prysma rotundum. Est a. Cylindrus & Conus vel rectangulus vel obliquaugulus.

99. *Rectangulus* est, quando axis cum basi angulum constituit rectum: *Obliquangulus*, qvando axis cum basi constituit angulũ obliqvum.

100. *Corpus mixtum* est, quod mixtis superficiebus comprehenditur.

THEO-

THEOREMATA GEOMETRICA.

LInea recta (AB) insistens lineæ rectæ CD facit duos angulos aut rectos (CBE, EBD aut duobus rectis, æquales (CBA, ABD.

2. Quotcunque anguli fiant super lineam (CD) sunt duobus rectis æquales.

3. Anguli verticales (ABC, DBE) sunt inter se æquales.

4. Linea recta (AB) incidens in duas parallelas (CD, EF) facit angulos duos internos & ad easdem partes (DGH, GHF) duobus rectis æquales: atque duos alternos (DGH, GHE) sibi invicem æquales. Et externum (AGC) interno (GHE) æqualem.

5. Si in duas rectas (AB, CD) incidens recta linea (EF) faciat angulos internos ad easdem partes (AGH, GHC) minores duobus rectis aut reliquis duob. internis BGH, GHD lineæ (AB, CD) sunt concurrentes ad eas partes, ubi sunt minores anguli.

6. Si linea recta (AB) incidens in duas lineas (CD, EF) faciat internos ad easdem partes duobus rectis æquales: aut internum externo æqualem; aut alternos sibi invicem æquales, duæ lineæ rectæ sunt parallelæ.

7. Omnis Trianguli (ABC) latere uno (AC) producto, angulus externus (BCD) est æqualis duobus internis oppositis ad A & B.

8. Omnis Trianguli tres anguli (A,B,C) sunt duobus rectis æquales.

9. Omnis figura rectilinea toties continet binos angulos rectos, quot habet figura latera duobus demptis.

10. Omnis Trianguli (ABC) angulus externus (BCD) major est quocunque interno opposito (A vel B.

11. Si duo Triangula (ABC, DEF) duo latera (AB, BC) duobus lateribus, (DE, EF) habeant æqualia, utrumq; utrique: habeant vero & angulum (B) angulo (C) sub æqualibus rectis lineis contento æqualem; & basin (AC) basi (DF) æqualem habebunt, eritque triangulum (ABC) triangulo (DEF) æquale, & reliqui anguli (A & C) reliquis angulis (D & F) æquales erunt, uterque utrique sub quibus æqualia latera subtenduntur.

12. Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli (BAC, BCA) inter se sunt æquales; & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli (CAD, ACE) inter se æquales sunt.

13. Triangulum æquilaterum est etiam æquiangulum.

14. Si Trianguli (ABC) duo anguli (A & C) æquales inter se fuerint, etiam sub æqualibus angulis subtensa latera, (AB & BC) æqualia inter se erunt.

15. Super eadem recta (AC) duabus eisdem rectis (AB, CB) aliæ duæ rectæ æquales utraque utrique non constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos cum duabus initio ductis habentes.

16. Si

16. Si duo triangula duo latera (AB, CB) habuerint duobus lateribus (DE, EF) utrumque utrique æqualia, habuerint vero & basin (AC) basi DF) æqualem, angulum quoque (B) sub æqualibus lineis rectis contentum æqualem habebunt angulo E.

17. Omnis trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores quomodocunque sumti.

18. Omnis Triangul i (ABC) majus latus (BC) majorem angulum (A) subtendit.

19. Omnis Trianguli (ABC) majus latus (BC) est, quod majori angulo (A) subtenditur.

20. Omnis trianguli duo latera quoquo modo sumpta sunt majora tertio.

21. Si super trianguli uno latere AC ab extremitatibus duæ rectæ (AD, CD) interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ reliquis trianguli duobus lateribus (AB, CB) minores quidem erunt, majorem vero angulum ADC continebunt.

22. Si duo triangula duo latera (AB, BC) duobus lateribus (DE, EF) habuerint æqualia, utrumque utrique, angulum vero (E) angulum (B) majorem sub æqualibus rectis lineis contentum & basin (DF) basi (AC) majorem habebunt.

23. Si duo triangula habuerint duo latera duobus lateribus æqualia utrumque utrique: basin vero basi majorem, & angulum sub æqualibus rectis contentum angulo majorem habebunt.

24. Re-

24. Rectæ lineæ (AB, CD) quæ æquales & parallelas (CA, CD) partes easdem conjungunt & ipsæ æquales & parallelæ sunt,

25. Parallelogrammorum spatiorum ABC ADC) æqualia sunt inter se, quæ ex adverso, & latera (DC & AB) (DA & BC) & anguli (DAC & ABC) (B & D.) atque illa bifariam secat diameter AC.

26. Parallelogramma (ABCF, ADEF) super eadem basi (AF) & in iisdem parallelis (AF, BE) sunt inter se æqualia.

27. Parallelogramma (ABCD, FEGH) super æqualibus basibus (AD. FH) & in iisdem parallelis (AH, BG) sunt inter se æqualia.

28. Triangula (ABC, ADC) super eadem basi (AC) & in iisdem parallelis (AC, EF) inter se sunt æqualia.

29. Triangula (ABC, FED) super æqualibus basibus (AE, FD) æquialta sunt inter se æqualia.

30. In quocunque triangulo (ABC) linea (BD) ex angulo (B) in oppositum latus AC ducta illudque bifariam secans (AD, DC) dividit triangulum in duas æquales partes (ABD, DBC)

31. Triangula (LBM, LBC) æqualia super eadem basi LC & ad easdem partes constituta & in eisdem sunt parallelis.

32. Si linea duo latera trianguli secat bifariam, est tertio lateri parallela.

33. Triangula (ABC, DEF) æqualia super æqua-

æqualibus baſibus *AB*, *DF* & easdem partes conſtituta & in eisdem ſunt parallelis.

34. Si parallelogrammum EFGH cum triangulo eandem EF vel æqualem hàbuerit baſin, in iisdemque fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammum ipſius trianguli.

35. Si triangulum MEF habeat duplá baſin MF, fueritque in iisdem parallelis MF, CE, cum parallelogrammo MCEF, triangulum parallelogrammo æquale erit.

36. Duo Trapezia ſuper eadem baſi & in iisdem parallelis quorũ oppoſitæ baſes ſunt æquales, & ipſa ſunt æqualia.

37. In omni parallelogrãmo *ABCD* complementa eorum AIEG, FGHC, quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum inter ſe ſunt æqualia.

38. In rectangulis triangulis quadratum *DC*, quod à latere *AC* rectum angulum *ABC* ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus *AB*, *BC* rectum angulum continentibus deſcribuntur BE, BK.

39. In omni parallelogrammo rectangulo LMNO quadratum ſuper diagonio MO, eſt æquale duobus quadratis ſuper duobus lateribus MN & NO: OL & LM quemcunq; angulum comprehendentibus.

40. In omni quadrato quadratum diagonii eſt duplum quadrati lateris.

41. Omnium linearum ex eodem puncto P in eandem lineam QR cadentium breviſſima eſt perpendicularis PT,

42 Si

43. Si quadratum quod ab uno CR laterum trianguli PQR describitur, æquale sit illis, quæ à reliquis trianguli lateribus PQ, QR describuntur quadratis, angulus Q comprehensus sub reliquis duobus lateribus, rectus est.

44. Si in circuli peripheria quælibet duo puncta G & H accepta fuerint, recta linea FG, quæ ad ipsa puncta adjungitur, intra circulum cadet.

45. Linea recta tangens circulum non secans in uno puncto illum tangit.

46. Si in circulo recta quædam linea HG per centrum F extensa, quandam non per centrum extensam KL bifariam secet in M, eam ad angulos rectos secabit. Et si ad angulos rectos eam secet, etiam bifariam secabit.

47. Si in circulo duæ lineæ rectæ IK, LM non per centrum O extensæ sese mutuo secent in N, bifariam se mutuo non secabunt.

48. Si duo circuli sese mutuo secent, non erit illorum idem centrum.

49 Si duo circuli sese mutuo interius tangant, non erit eorum idem centrum.

50. Si in circulo arreptũ fuerit aliquod G & ab eo puncto ad circulum cadant plures quam duæ rectæ lineæ æquales GH, GI, GK acceptum illud punctum G est centrũ ipsius circuli.

51. Circulus circulum in pluribus quam duobus punctis non secat.

52. Si

53 Si duo circuli se intus contingant atque accepta fuerint centra L & M ad eorum centra adjuncta recta linea ML & producta in contactum circulorum N cadet.

54. Si duo circuli se exterius contingant, linea recta OP, quæ ad centra eorum O & P adjungitur, per contactum transibit.

55. Circulus circulum non tangit in pluribus quam uno puncto, seu intus seu extra tangat.

56. In circulo æquales rectæ QR & ST æqualiter distant à centro U: & qvæ æqvaliter distant à centro, sunt æqvales.

57. In circulo maxima qvidem linea est Diameter RS, aliarum autem propinqvior TU centro X, remotiore AB semper major est.

58. Qvæ ab extremitate A alicujus diametri CA circuli ad angulos rectos ducitur FE, extra circulum cadet, & in locum inter ipsam rectam lineam *AE* & peripheriam *AB* comprehensum altera linea non cadet, & semicirculi qvidem angulus *BAD* qvovis angulo acuto rectilineo major est, & angulus contactus E*AB* minor.

59. Recta tanges circulum, in unico diametri puncto tangit.

60. Si circulum tangat recta qvæpiam linea EF, à centro autem G ad contactum C adjungatur recta qvædam linea GC. qvæ adjuncta fuerit ad ipsam contingentem perpendicularis est.

62. Si circulum tetigerit recta qvæpiam EF à contactu autem G recta linea GH ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur, inexcitata erit centrum.

63. In circulo angulus ad centrum HIK duplex est anguli ad peripheriam HLK, cum fuerit eadem peripheria HK basis angulorũ.

64. In circulo qvi in eodem segmento LMNO sunt anguli MN, sunt inter se æqvales.

65. Qvadrilaterorum PQRS in circulis descriptorum anguli P & R qvi ex adverso, duobus rectis sunt æqvales.

66. Super eadem recta linea TU duo segmenta circulorum TXU, TZU similia & inæqvalia non constituentur ad easdem partes.

67. Super æqvalibus rectis lineis DC & BE similia circulorum segmenta sunt inter se æqvalia.

68. In circulis æqvalibus EFG, HIK, æqvales anguli æqvalibus peripheriis EG, HK insistunt, sive ad centra L & M, sive ad peripherias F & I constituti insistant.

69. In æqualibus circulis, anguli qvi æqvalibus peripheriis insistunt, sunt inter se æqvales, sive ad centra, sive ad peripherias constituti insistunt.

70, In æqvalibus circulis, æqvales rectæ lineæ OP, QR æqvales peripherias auferunt.

71. In æqvalibus circulis, æqvales peripherias æqvales lineæ rectæ subtendunt.

72. In

72. In semicirculo B angulus ABC est rectus.

73. Angulus E in majori circuli segmento DEF est acutus: sed angulus G in minori segmento DGF est obtusus.

74. Angulus FBE segmenti majoris est major recto: angulus FBG; minoris segmenti est recto minor.

75. Si ad Trianguli HIM latus HI ducta fuerit linea quædam parallela KL, hæc proportionaliter secat ipsius trianguli latera HM, IM.

76. Æquiangulorum Triangulorum NPO; NQR proportionalia sunt latera NP & NQ; NO & OR; PO & QR, quæ æquales angulos subtendunt.

77. Si duo triangula habeant latera proportionalia; anguli sub lateribus proportionalibus erunt æquales.

78. Si duo triangula ABC, DEF habeant angulum B angulo E æqualem, & latera AB, BC, DE, EF proportionalia, triangula sunt æquiangula.

79. Si à Trianguli Rectanguli XSU angulo X ducatur ad basin perpendicularis XT; Triangula XST, XTU & inter se, & toti XSU sunt proportionalia.

80. Triangula GHI, KLM æqualia angulum unum I angulo uni L æqualem habentia, habent & latera circa æquales angulos reciproce proportinoalia, ut HI ad KL, ita LM ad GI.

81. Parallelogramma æqualia angulum unum uni angulo æqualem habentia, & latera æqualium angulorum reciproce proportionalia habent.

82. Quæ triangula vel parallelogramma angulum angulo æqualem, & latera circa æquales angulos proportionalia habent; sunt æqualia.

83. Omnis Circulus CAB æqualis est triangulo rectangulo FEG, cujus semidiameter CD æqualis est uni lateri FE, peripheria alteri FG circa rectum angulum.

84. Diagonius HL est incommensurabilis lateribus, HI, HM. &c.

85. Circuli perimeter triplum est Diametri, cum excessu minore 10 septuagesimis; majore verò 10 septuagesimis primis.

86. Latus NO sexanguli P circuli inscripti est æqualis radio PN.

87. Latus QR trianguli QRS circulo inscripti est potentia triplum radii TS.

88. Latus quadranguli XZ circulo inscripti, est duplum potentia radii AX.

89. Latus decanguli BC est lineæ BE, è radio DB & decanguli latere BC compositæ, extrema & media ratione sectæ in C, segmentum minus.

90. Latus quinquanguli potest & latus hexagoni, & latus decagoni.

91. Latus quindecanguli est recta DE inscripta inter basin DH trianguli AHD, & quinquanguli latus GE ex eodem puncto A descriptorum.

92. Omnis Sphæra quadrupla est coni, qui basin habet circulo in sphæra maximo, & altitudinem semidiametro æqualem.

93. Omne prisma triangularem habens basin dividitur in tres pyramides æquales inter se, bases habentes triangulares.

94. Omnis conus tertia pars est cylindri eandem cum ipso basin habentis, & altitudinem æqualem.

PROBLEMATA GEOMETRICA.

Problema I.

Per data duo puncta A & B ducere lineam rectam.

Fieri potest ope regulæ, funiculi, & radii visualis; quod oculari inspectione facile addiscitur.

Problema II.

Regulam FG examinare, num recta sit.

Pone regulam ad puncta A & B, ut F sit ad A, sed G sit ad B, & duc lineam per puncta AB, (2) Ejusdem regulæ partem G pone versus A, & F versus B, ad lineam AB, hinc inde movendo; si ubique latus regulæ respondet lineæ AB, recta est.

Problema III.

Per data duo puncta A & B ad Regulam distantia punctorum breviorem ducere lineam rectam.

Ponatur pes circini in A, & ultra mediam punctorum distantiam extendatur circinus, fiatque arcus DC (2) posito in B eadem extensione fiat intersectio in D & C. (3) posito pede circini in D & C fiant intersectiones E & F, (4) per AE, EF & FB ad regulam ducatur linea, quæ est recta.

Problema IV.

Data recta linea DE per datum punctum F parallelam ducere.

E puncto F circino duc arcum, qui non secet, sed stringat tantum lineam DE in puncto. (2) Eadem extensione circini è lineæ DE puncto quovis duc arcum H. (3) per punctũ F duc lineam exterius taugentem arcum H, quæ erit parallela.

Vel:

Ex puncto F ducatur pro lubitu linea FI in lineam DE. (2) è puncto I ducatur arcus KL intersecans lineam FI in L; & eadem extensione è puncto F arcus MN. (3) Metire circino arcum KL; & eadem apertura ex MN abscinde MO. (4) per F & O ducatur linea.

Nota: In praxi celerius potest fieri gnomone vel instrumento parallelo.

Si punctũ F longius à data linea distat quam ut circulo qui ad manus est, distantia capi queat; data linea intermedia quadam parallela erunt conficienda.

Probl. V.

Data recta linea GH ad punctum in illa I ducere perpendicularem.

Posito

Posito pede circini in puncto I abscinde utrinque eadem extensione K & L. (2) è punctis K & L fiat supra vel iufra lineam intersectio M (3) per M ad I ducitur perpendicularis.

Probl. VI.

Ad punctum N in extremitate lineæ datæ ducere perpendicularem O N.

Pone pedem extra lineam in P & extende in N, atque in linea fiat Q & fac arcum O. (2) per Q & P duc rectam secantem arcum O (3) ex O ad N linea ducta perpendicularis est.

Probl. VII.

A puncto R extra lineam ducere perpendicularem ad lineam ST.

Posito pede in R notentur in linea S T puncta U & X (2) ex U & X fiat intersectio supra vel infra lineam Z (3) per Z & R linea ducta est perpendicularis.

Probl. VIII.

Perpendicularem è lineæ aliquo puncto Q aliter erigere.

Circino in linea quacunque R P quinque partes æquales abscinde. (2) cape tres partes & è puncto Q transfer in lineam datam in S (3) cape circino quinque partes, & ex S fiat arcus, (4) cape quatuor partes, & è puncto Q fiat intersectio arcus in T. (5) ducarur TQ perpendicularis.

Nota: Mechanicè fit beneficio gnomonis seu normæ.

Probl. IX.

Normam examinare.

Super lineam AB fiat semicirculus ACB: Huic imponatur norma, si vertex ejus in C: crus unum in A, alterum in B accuratè incidat, norma rectè facta est.

Probl. X.

Datam rectam CD bifariam secare in E.

(1) si supra infraque est spatium.

Pone pedem circini in C & extende ultra dimidium lineæ, fiatque supra & infra lineam arcus (2) pone pedem in D & fiat intersectio E & F. (3) per E & F ducta linea secabit datam bifariam.

(2) Si infra vel supra non est spatium.

Ex C & D fiant duæ vel supra vel infra, ubi spatium est, intersectiones E & F, perque illas linea ducatur.

(3) Si AB longior est, ut circinus extendi ultra medium nequeat.

Abscinde ex C & D eadem apertura circuli G & H. (2) ex G & H fiant intersectiones E & F, perque eas linea ducatur.

Pròbl. XI.

Datam rectam finitam IK in quotcunque partes e.g. quinque secare.

Per punctum K ducatur quævis linea recta LM, (2) per M ducatur linea M N parallela ipsi IK. (3) ab M versus *L* abscindantur tot partes æquales, in quot dividenda est IK, e. gr. quinque per O, P, Q, R, N. (4) per

N & I

N& I ducatur linea NL interſecans lineam LM in puncto L. (5) è puncto L ductæ lineæ ad O, P. Q, R, ſecabunt datam IK in partes æquales.

Vel: KH linea ducatur, inque ea ab K quinque partes abſcindantur G, Z, M, N, H, (2) ducatur HI, & è reliquis punctis N, M, L, G, parallelæ ipſi HI, quæ divident IK in partes æquales.

Probl, XII.

Datam IK dividere in variato circino.

Quacunque circini apertura ex I ducatur arcus SI, & abſcindatur ST. (2) eadem apertura ex K ducatur arcusU, & abſcindatur UX (3) ducantur lineæ per I:T, & KX, & circino in utraqne ſumantur partes una pauciores, quam in quot dividenda eſt linea IK hic e.g. quatuor IT, O, R, P: item KX, Z, U, N, (4) duc lineas NT, VO, ZR, XP, quo dividant datam IK in quinque partes.

Nota: Citius fieri poteſt inſtrumentis, parallelogrammo, circino vel quadrante proportionum.

Mechanicè linea AB commode dividitur in partes plures, e.!g. in 100. ſi primum dividas in duas, (2) & partem dimidiam iterum in duas, (3) Unamquamq; in quinque; & (4) quintam rurſus in quinque, dividendo ſcilicet lineam in partes aliquotas, & partium aliquotarum alias aliquotas.

Probl. XIII.

Ex data recta CD quotamcunque partem, e.g. qui ntam abſcindere.

Divide datam rectam in partes quinque, & sic quintam abscindes EF.

Probl. XIV.

Datam rectam EF in partes plures secare juxta quamcunque proportionem, e.g. in tres juxta G 20. H 30. I 15.

E puncto E duc rectam EK. (2) in eadem abscinde lineas G, H, I, (3) ex I ducatur IF, & huic parallelæ per H & G, quæ secabunt rectam EF in tres partes proportionales tribus datis G, H, I.

Eodem modo datæ lineæ EI divisæ proportionaliter divides lineam quamcunque aliam.

Nota: Lineas secundum rationem aliarum linearum proportionaliter majores vel minores describere possumus ope lineæ in 100 vel 1000. per partes juxta notam probl. 12. divisæ.

Probl. XV.

Datam rectam LM proportionaliter extrema & media ratione secare: h. e. ut linea tota LM se habeat ad segmentum majus LN, quemadmodum LN se habet ad segmentum minus NM.

LM bisecetur in R, (2) super L erigatur perpendicularis LO æqualis ipsi LR. (3) ducatur OM, & abscindatur OQ æqualis ipsi LO, (4) QM transferatur ex L in lineam LM, & fiet LN segmentum majus, NM minus.

Probl.

Probl. XVI.

Datis duabus rectis ST, TX, tertiam continue proportionalem invenire.

Super puncto T erigatur perpendiculariter ipsa TX, & ducatur SX. (2) producatur ST, & ex X demittatur in productam ad SX perpendicularis XU; eritque TU tertia proportionalis.

Probl. XVII.

Datis tribus rectis AB, BC, AD, quartam proportionalem invenire.

Conjunge duas AB, BC, ut fiat una linea ABC (2) huic ad angulum quemcunque in A junge infinitam, & abscinde ipsi æqualẽ AD. (3) duc lineam BD. (4) huic per C fiat parallela CE; eritque DE proportionalis quarta.

Probl. XVIII.

Datis duabus rectis FG, GH mediam proportionalem invenire.

Conjungantur datæ ut fiat una FGH. (2) biseca in I & ex I describatur semicirculus FKH. (3) super G erigatur perpendicularis GK, quæ erit media continuæ proportionis.

Probl. XIX.

Datis duabus rectis LM, MN invenire medium arithmeticè, seu ex utraque dimidiam.

Conjungantur duæ datæ ut fiat una LMN, (2) biseca in O: eritque LO media.

Probl. XX.

Datis duabus rectis AC, AB duas medias continue proportionales invenire.

Conjunge duas lineas perpendiculariter AG & AO, & abſcinde datas AB, AC. (2) circino cape diſtantiam AC, & ex B fac arcum H (3) cape diſtantiam AB, & ex C interſeca in H ducaturque AH. (4) biſeca AH in L. (5) Pone regulam in H, & move illam hinc inde in AG & AO, usque dum in utraque linea punctum monſtret æqualiter diſtans ab L. quod circino poſito in L explorabis, ſunto puncta hæc D & E. Atque tum BD, CE ſunt duæ mediæ proportionales.

Probl XXI.

Circulum dividere in ſuos 360 gradus.

Ad regulam per centrum L ducatur linea recta MN. (2) ſuper centrũ L erigatur perpendicularis OP. (3) Arcus ON dividatur in tres partes, & eadem circini apertura ſinguli NP, PM, MO in ternas. (4) Pars tertia OQ iterum in tres, pariterque reliquæ omnes, eritque circulus diviſus in partes 36. (5) pars quæque trigeſima ſexta in binas, habebisque partes 72. (6) Unaquæque ſeptuageſima ſecunda in quinque & diviſus erit circulus in 360 gradus.

Nota: *Ut & graduum minuta habeantur, duc circulos pari diſtantia parallelos undecim, atque primum & undecimum divide in ſuos gradus. Deinde è principio primi circuli duc lineam transverſalem ad gradum primum undecimi, & è primo undecimi in ſecundum gradum primi circuli, & ſic conſequen-*

sequenter; sic sextumquodque gradus minutum habebis. Si minuta velis singula, sexaginta ducendi essent paralleli circuli. Quadrantē hoc modo divisum in promptu semper habere, magna est in Geometria utilitis ad varia problemata.

Probl. XXII.

Dati circuli ABC centrum invenire.

Conjungantur duo puncta ut fiat linea AB, eaque bisecetur in E per lineam CF. (2) linea CF bisecetur in D centro.

Probl, XXIII.

Per data tria puncta GHI ducere circulum.

Ex G & H fiant intersectiones K & L ducaturque linea KL. (2) itidem & H & I, ducaturque HI intersecans lineam KL in puncto L. (3) pone pedem circini in L, & duc circulum per tria puncta,

Sic & cujuslibet arcus centrum invenire, eumque continuare potes.

Probl. XXIV.

Arcum MNO bisecare.

Extremitates MN conjunge, & lineam MN per OP biseca, quæ arcum bisecabit in O.

Probl, XV.

Arcus circuli quot gradus habeat videre.

Continuetur arcus ut integer fiat circulus; & hic dividatur in suos gradus: tum apparebit quot graduum sit datus arcus. Commodissimè fiet ope quadrantis, vel circini proportionalis.

Probl.

Probl. XXVI.

Circulum dividere in partes varias.

In duas eum divide Diametro AB ducta.

In tres: Radio ſex puncta ACDBEF conſtituas, alterna A, D, E divident.

In quatuor: ſi AB dividatur bifariam per lineam GH.

In quinque: Supra Diametri puncto L ſeu Centro fiat perpendicularis ML: (2) L*K* biſeca in N. (3) poſito pede in N extende circinum in M, & extenſione hac abſcinde O, erit OM pars quinta,

In ſex: Radium ſexies circulo impone.

In ſeptem: Radium PQ biſeca in R. (2) ex R duc perpendicularem in circulum RS, quæ dabit partem ſeptimam.

In octo: Partem quartam biſeca.

In novem: Partem tertiam triſeca.

In decem: biſeca quintam.

In undecim: Divide radium in 16 partes; novem dabunt circuli undecimam.

In duodecim: ſextam biſeca.

In tredecim: Diametri pars quarta fere eſt circuli pars decima tertia.

In quatuordecim: biſeca ſeptimam.

In quindecim: primo divide ex C per A & E in tres partes; deinde ex eodem C per B D GF in quinque partes; diſtantia AG vel FE eſt pars decima quinta.

In ſedecim: biſeca octavam.

In ſeptendecim: Radium divide in 30, & partes ejus undecim conſtituent circuli decimam ſeptimam.

In

In octodecim: biseca nonam.

In novendecim: Radii pars tertia faciet.

In viginti: decimam biseca, &c.

Probl. XXVII.

Circulum in quotcunque datas partes secare.

Dividatur ope quadrantis in 360 gradus. (2) 360 divide arithmeticè per partes, in quas circulus est dividendus, quotiens ostendet, quot gradus graduumque minuta partem aliquam datam constituant.

Vel: Circuli quadrantem MN divide in tot partes, in quot circulum dividere juberis. (2) partes tales quatuor circulo sumpto divident circulum in datas partes.

Probl. XXVIII.

Linea recta OP tangentis circulum QRS punctum contactus invenire.

Ducatur per circulum QS parallela ipsi OP. (2) QS bisecetur per lineam RT, quæ intersectione sua ostendet punctum contactus.

Probl. XXIX.

Duorum circulorum VXZ, TXS sese tangengentium contactus punctum invenire.

Duorum circulorum centra R & Q connectantur per lineam RQ, quæ transit punctum contactus X.

Probl. XXX.

E puncto A extra circulum ducere lineam, quæ circulum tangat.

E puncto A in centrum D ducatur linea secans circulum in B. (2) posito pede in D per A duc circulum. (3) ex B erigatur perpendipendicularis circulum A in E secans. (4) ducatur linea DE, secans circulum B in C. (5) per A C ducta est tangens.

Probl. XXXI.

Per datum punctum F in circulo ducere tangentem.

Ex puncto F ducatur linea FG per centrū (2) lineæ FG perqendicularis erigatur ex puncto F.

Probl. XXXII.

Lineam circularem oblongam seu lenticularem ducere.

Ducatur recta XZ, & bisecetur per lineam UY in R. (2) ex R abscinde æquales. RS, RT: item RP, RQ in linea XZ. Item pro lubitu EH, EI in UY. (3) producantur lineæ ex H per S & T: & ex I per eadem puncta. (4) ex S per P ducatur arcus MPL: & ex T per Q arcus KQN. (5) ex H ducatur arcus LK, & ex I, MN.

Nota: Variat figura prout puncta ST, item IH variant.

Vel: In linea GE recta eodem radio ducantur ex E & G duo circuli intersecantes se in punctis F & H. (2) duc lineas FE, FG: it. HE, HG. (3) Posito pede circini in H ducatur arcus IK, LM,

Probl. XXXIII.

Lineam ovalem ducere.

Lineam AB divide in partes decem, & posito pede circini in 5 duc circulum per 3 & 7: deinde posito pede in B ducatur arcus per 3,

& ex

& ex A per 7 fiat interſectio in E. Tum duc lineam 5 E ſecantem circulum in R. Poſtea arcus R 7 & R 3 biſeca in F G: Denique ducatur per R linea C D parallela ipſi AB: atq; ex F & G fiat interſectio H. Ultimo H R biſecetur in I, & ex I ducatur arcus O U N.

Probl. XXXIV.

Lineam ſinuoſam vel flexuoſam ducere.

Ducatur occulta L M, & dividatur in partes quotcunque æquales. (2) Sumpta parte una pro radio ducantur ab utraque parte ſemicirculi.

Probl. XXXV.

Lineam cochlearem ducere.

Linea MN dividatur in partes aliquot, pars media iterum in duas partes O & P. (2) ex O duc ſemicirculum ſupra lineã, ex P continua infra lineam, & ſic ſemper alternatim, & habebis.

Aliter: Duc circulum exiguum, & divide in partes 1. 2. 3. 4. 5. 6. deinde pone pedem circini in 1, & extende in centrum, atque duc arcum diſtantem à centro longitudine radii dupla, & notetur B. 3. pone in 2, & extende in B, fiatque arcus C diſtans æqualiter ab 2 & B. (4) pone in 3, & duc arcum D diſtantem æqualiter A 3 & C, & ſic conſequenter.

Probl. XXXVI.

Lineam conchalem ducere.

Lineam RS biſeca in T, & ex T duc ſemicirculum, eumque in partes 12 divide, ductis totidem radiis. (2) Radium TR itidem divi-

de in

de in partes æquales duodecim. (3) distantiam T 11 transfer in radium T 11; distantiam T 10 in radium T 10, & sic ad finem usque: per puncta in radiis ita notata duc lineam, quæ conchalis erit.

Probl. XXXVII.

Describere Ellipsin.

Ducatur linea NO, & ex punctis N & O intersectio R fiat ductis lineis NR, OR. (2) bisecetur NO in E, ducaturq; ex R linea per E longe ultra lineam in T. (3) in hac linea sumatur punctum V, & circa illud ceu centrum ducatur circulus EUTS, & per centrũ lineam us parallelam ipsi NO. (4) Lineam RE per obliquam LM seca, & divide *ML* in partes duodecim 1 2 3 4 &c. & è punctis 1 2 3 4 5 6 perpendiculares ipsi NO produc usque in circuli inferiorem concavitatem, & nota iisdem numeris. (5) per 1,2,3,4,5,6, duc parallelas ipsi ON contingentes lineam RE & RO vel RN. (6) Sume distantiam parallelæ per 1, & duc ex V arcum utrinque in lineam 1. deinde distantiam parallelæ per 2, & rursus ex V duc arcum in lineam 2, & sic porro usq; ad sex. (7) duc lineam separatim GH æqualẽ lineæ *LM*, eamq; divide in 12 partes, & per singula puncta perpendiculares. (8) sume distantiam arcus antea ducti in linea 1, à linea US, & hanc distantiam in separata linea GH ex 1 transfer ad utramque partem. item distantiam arcus 2 ab eadem linea, & pone in GH ex 2, & ita usque ad sex: tum ordine retrotrogrado à 5 ad 4 & porro. (9) denique per puncta isthæc duc lineam quæ est Elliptica.

Aliter: Ducatur linea LM & ab illis æquedistantia N & O. (2) capiatur filum ipsi LM æquale, ejus extrema in N & O figantur (3) circumducatur graphium intra filum existens ab A in B, & describetur Ellipsis.

Probl. XXXVIII.

Parabolen ducere seu lineam ustoriam.

Eodem modo ducitur, quo Ellipsis, nisi quod linea LM ducitur parallela ipsi NR, & parallelæ atque perpendiculares non tantum per sex, sed per omnes partes duci debent.

Probl. XXXIX.

Hyperbolen ducere.

Et hæc eadem ratione ducitur, nisi quod linea LM fieri debeat parallela ipsi RE, & perpendiculares atque parallelæ per omnes partes ducantur.

Probl. XL.

Angulum rectilineum SRT metiri.

Posito pede circini in R ducatur per lineas RS, RT circulus. [2] circulus hic dividatur [*Probl. 15.*] in suos 360 gradus. Quot gradus intercepti sunt inter duas lineas RS, RT; tot graduum est angulus.

Probl. XLI.

Angulum rectilineum XYZ in duas æquales partes dividere.

Posito pede circini in Y fiant in lineis YX & YZ duo puncta U & V. (2) ex U & V intersectio T fiat, per quam in verticem anguli Y ducta linea eum secat bifariam.

Nota: *Et sic angulum divides in 4, 8 & plures in eadem ratione.*

Probl. XLII.

Angulum STQ dividere in quotcunque partes.

Ex T ducatur arcus PR. (2) qui dividatur in tot partes, in quot angulus dividendus. (3) per singula puncta ductæ lineæ angulum secabunt in partes imperatas.

Probl. XLIII.

Ad datum punctum O lineæ LM constituere angulum æqualem dato HIK.

Posito pede circini in I dati anguli, ducatur arcus HK. (2) eadem extensione ex O ducatur arcus ad lineam datam in F. (3) capiatur circino distantia punctorum HK, & hac apertura abscindatur FG. (4) per G ex O ducatur linea, eritq; angulus FOG æqualis dato HIK.

Pròbl. XLIV.

Ad datam lineã EG ex puncto H extra lineam ducere angulum æqualem dato angulo F.

Fiat juxta præcedens problema ad quodvis lineæ EG punctum angulus CDE; si linea CD non transit punctum H; fiat è puncto H linea HB parallela ipsi CD: angulus HBE erit æqualis angulo dato F.

Probl. XLV.

Super datam rectam OP triangulum æquilaterum constituere.

Pone

Pone pedem circini in O extende in P, fiatque arcus super lineam. (2) Eadem apertura ex P fiat intersectio in Q. (3) ducatur QO, QP.

Probl XLVI.

Æquilaterum triangulum DBE conficere, cujus altitudo BF sit æqualis data GH.

Fiat triangulum æquilaterũ quodvis LBM & ducatur perpendicularis BN. (2) & fiat in illa, si nondum est, æqualis ipsi GH, uti hic BF, (3) per F ducatur DE parallela ipsi LM, erit DBE desideratum triangulum.

Probl. XLVII.

Super datam QR Isoscele ducere.

Positum circinum in Q extende ultra vel citra R, & fac arcum. (2) Eadem extensione ex R intersectionem S, & duc SQ, SR.

Probl. XLVIII.

E datis tribus lineis inæqualibus T, V, X triangulum conficere.

Juxta longitudinem lineæ T ducatur quævis alia TU. (2) cape circino longitudinem lineæ V, positoque pede in U, duc arcum (3) cape longitudinem lineæ X, & ex T fiat intersectio X. (4) duc lineas XU, XT.

Probl. XLIX.

Triangulum Isoscele NOP describere, cujus anguli ad basin N & P singuli sint dupli anguli O.

Lineam NO divide (*Probl. 15.*) extrema & media ratione in Q. (2) posito pede in O duc arcum NR, & ex N punctum signa in hoc arcu R distantia ipsius O Q. (3) ducatur OR, & NR.

Probl. L.

Super datam rectã AB describere quadratum.

Ex A fiat AC perpendicularis & æqualis ipsi AB. (2) intervallo AB ex A & C intersectio D. (3) Ductis CD, DB habes quadratum.

Probl. LI.

Super datam rectam EF quadratum describere invariato circino FG, linea EF minori.

Abscinde FG, superque illam æquilaterum constitue FGH. (2) produc GH, ut HI fiat æqualis ipsi GH, & duc lineam FI, quæ erit perpendicularis. (3) Super puncto E erigatur item perpendicularis. (4) Angulum EFI biseca in M, & duc lineam FM, quæ secet perpendicularem E in *K*. (5) Super *K* erigatur perpendicularis secans ipsam FI in L, & ducta *K*L, habebis quadratum EF*K*L.

Problema LII.

Ad datam MN constituere Rhombum, habentem angulum dato angulo O æqualem.

Super punctum M fiat angulus PMN æqualis ipsi O. (2) intervallo MN abscindatur ex M latus MP. (3) posito pede in P & N, fiat intersectio Q, & ducantur lineæ.

Probl. LIII.

Ad datam rectam LM constituere oblongum.

Super L fiat perpendicularis LN major vel minor ipsa LM, (2) intervallo ipsius LM ex

N fiat

N fiat arcus. (3) intervallo LN ex M interſectio O, & ducantur lineæ.

Probl. LIV.

Rhomboidem ſuper RS conſtituere habentem angulum dato X æqualem.

Fiat angulus ſuper R æqualis ipſi X ducta linea, & ex ea abſcindatur XT major vel minor ipſa RS. (2) intervallo RS ex T fiat arcus; & intervallo XT ex S interſectio Z ducanturque lineæ.

Probl. LV.

Super data AB quinquangulum deſcribere.

AB lineam continua in C. (2) eandem AB biſeca in H. (3) Super B erige perpendicularem, BI, æqualem ipſi AB. (4) intervallo HI ex A verſus C fac punctum D, & intervallo AD ex A & B fiat interſectio E. (5) extenſione AB ex E & B fiat interſectio F. (6) Itemque ex A & E interſectio G, & duc lineas AG, GE, EF, FB.

Probl. LVI.

Super datam AB conſtituere ſexangulum.

Fiat ſuper AB triangulum æquilaterum ABC, (2) ex A & C eadem extenſione fiat interſectio D; itemque ex D & A fiat interſectio C, ex A & E, F: ex A & F, G (3) è punctis duc lineas ad puncta interſectionum.

Probl. LVII.

Conſtituere ſeptangulum, cujus latera ſingula ſint æqualia data GH.

Fiat juxta Problema 46 triangulum æquilaterum LBM, cujus perpendicularis BN sit æqualis datæ GH. (2) Ex L per B ducatur circulus, in eoque abscinde BN septies, & duc lineas habebisque septangulum M.

Probl. LVIII.

Super data RS octangulum describere.

Producta utrinque linea RS ex R ducatur semicirculus radio RS; item alius ex S. (2) Utrumq; semicirculum divide in quatuor partes æquales, per T, U, Z, V & Y. (3) ex S duc lineam ST, & ex R duc RY. (4) ex R & S itemque per T & Y ducantur perpendiculares, (5) distantia ST ex T in linea perpendiculari fiat punctum W, ex W fiat in perpendiculari SU intersectio X: pari modo ex Y adscindatur N, & ex N in linea per R ducta perpendiculariter fiat O. (6) conjunge NO, OX, OW.

Probl. LIX.

Super data quacunque AB constituere quotcunque multangulum.

Ducantur radio AB productis lineis duo semicirculi ex A & B terminantes in productæ lineæ punctis E & F. (2) Divide semicirculos singulos in tot partes, quot laterum debet fieri multangulum, e. g. novem. (3) ex A ducta linea abscinde arcum EC duas partes comprehendentem; itemque ex B abscinde FD. (4) productis lineis AC, & BD, super punctis C & D constituantur anguli æquales angulo EAC, vel DBF, & lineæ fiant CG, DH æquales ipsi AB. (5) ad puncta G & H

ite-

iterum æquales fiant anguli, & lineæ; idque repetatur usque dum figura fuerit clausa.

Probl. LX.

Datum angulum G inscribere segmento circuli HIK.

Si angulus G rectus est, fiat super linea H K semicirculus, eique ductis lineis HI, HK datum angulum inscribes. Si vero *datus angulus G acutus* aut *obtusus* est, super linea HK fiat angulus FHK æqualis angulo G. (2) ex H erigatur HI perpendicularis ipsi HK. (3) angulo IHF fiat æqualis angulus HFL, ita ut L cadat in perpendicularem HI. (4) Ex L per H ducatur circulus, & in eo eligatur quodcunque punctum M, & inde ducatur MH & MF constituentes angulum in segmento æqualem ipsi G.

Vel brevius: Dato angulo G fac æqualem angulum LMN, & per tria hæc puncta duc arcum ab L per M in N, & conjunge linea recta MN.

Probl. LXI.

Circulo inscribere figuram quamcunque ordinatam.

Dividatur circulus in tot partes, quot figura latera habere debet; ducanturque lineæ.

Probl. LXII.

Circulo inscribere triangulum dato triangulo DEF æquale.

Ducatur ad circulum tangens GH, & ex puncto contactus L fiat angulus GLM æqualis ipsi angulo D ducta linea LM- (2) ex eodem L angulus HLN æqualis ipsi E, ducaturque linea LN. (3) duc lineam MN.

Probl. LXIII.

Circulo circumscribere quamcunque figuram ordinatam.

Circulus dividatur in tot partes, quot laterum figura est circumscribenda, e.g. ttes D, E, F. (2) dncantur radii GD, GE, GF. (3) ad singulorum radiorum extremitates ducantur tangentes.

Probl. LXIV.

Circulo circumscribere triangulum dato triangulo ABC simile.

Dati trianguli ABC latus AC producatur in D & E. (2) è centro dati circuli F ducatur linea FG, & ad hanc fiat angulus GFH æqualis ipsi BCE. Item HFI æqualis ipsi BAD. (3 (3) ad G, H, I. ducantur tangentes, eritque circumscriptum triangulum dato simile.

Probl. LXV.

Data figura ordinata circulum inscribere.

Si figura HIK L latera habet paria ex angulo H in oppositum K angulum ducatur linea HK: itemque ex I in L intersecans HK lineam in M centro. (2) Si imparia habet NOP, linea NO bisecetur ducta ex P linea PQ: itemq; OP & ex N ducatur NR secans priorem in S centro. (3) ex centro ducatur circulus per Q.

Ita & Cuitunque triangulo inscribitur, duobus angulis bifariam divisis. Probl.

Probl. LXVI.

Data figura ordinatæ circulum circumscribere.

Per tria puncta cujusvis ordinatæ figuræ ducatur circulus.

Probl. LXVII.

Lineam circularem D C K B in rectam mutare.

Ducatur Diameter D K, ejusque per centrum A perpendicularis CB. (2) CA bisecetur in E, & linea BA extrema & media ratione in G. (3) ducatur D E I, & ex I perpendicularis IH in A K, item GH (4) ex B duc B M parallelam ipsi G H, quæ diametrum D K productam secet in L. (5) AL est quarta pars circularis D C K B.

Vel: Dividatur diameter in septem partes, & harum 22 transferantur in lineam rectam.

Probl. LXVIII.

Rectam in circularem mutare.

Data recta dividatur in 22 partes, & in rectam quandam lineam A B transferantur septem. (2) recta AB bisecetur in C. (3) ex C ducatur circulus per A & B.

Probl. LXIX.

Triangulum DEF mutare in quotcunque aliud DGF ipsi æquale.

Basi D F per verticem E ducatur parallela CG. (2) ad quemcunque angulum ducatur D G & GF.

Probl. LXX.

Dato triangulo OIV aliud simile similiterque situm supra datam constituere.

E regione basis OU collocetur R S, & supra R fiat angulus æqualis ipsi O. (2) super S æqualis ipsi U: intersectio in T dabit triangulum simile similiterque situm.

Probl. LXXI.

Mutare triangulum quodcunque in Isoscele æquale.

Ducta parallela per verticem, DF basis bisecetur in H, & erigatur perpendicularis HI. (2) duc ID, IF.

Probl. LXXII

Mutare triangulum HIK in parallelogrammũ.

Basis HK bisecetur in L. (2) per verticem I ducatur IN parallela ipsi HK. (3) ducatur juxta quemvis angulum LN & ipsi parallela HM, eritque parallelogrammum LNHM æquale.

Probl. LXXIII.

Super data linea PC constituere Parallelogrammum æquale dato triangulo N.

Fiat triangulum CBA æquale dato N. (2) CB bisecetur in D, ducatur ad angulũ quemcunque DO, & huic parallela CI; & AH parallela ipsi BC secans DO, & CI in O & I; erit parallelogrammum DCIO æquale triangulo dato ABC i. e. N. (3) Latus trianguli BC producatur & abscindatur ex C linea CK æqualis datæ PC, & illi fiat æqualis IH, ducaturque HK. (4) producantur HK, IC & OD, & per H & C ducatur linea secans ipsam OD productam in L. (5) per L duc lineam paral-

parallelam ipsi D K, secantem I C & H K productas in N & M. eritque parallelogrammum CKMN æquale parallelogrammo D C I O h. e. triangulo N.

Probl. LXXIV.

Parallelogrammum N O P Q mutare in triangulum.

Basis N O producatur dupla in R, & P Q itidem producatur (2) ducatur R S in productam; item N S.

Probl. LXXV.

Oblongum N R S T mutare in quadratum.

Latus superius N R produc addito latere RT, ut fiat N V. (2) N V biseca in U. (3) ex U describe semicirculum per N & V. (4) super R erigatur perpendicularis RP sacans semicirculum. (5) Super R P fiat quadratum.

Probl. LXXVI.

Rhombum vel Rhomboidem M N O P Q mutare in quadratum vel oblongum.

Super O P fiant perpendiculares PQ, OR & connectatur MR. ORQP erit æquale.

Probl. LXXVII.

Dato quadrato R S T V duo aqualia quadrata constituere.

Ducantur Diagoni T S R U intersecantes se in V. (2) super RV & VS fiant duo quadrata æqualia.

Probl. LXXVIII.

Datis duobus quadratis M N O P, Q R S T aqual unum construere.

Duca-

Ducatur linea CS æqualis ipsi MN, & super punctum S erigatur perpendicularis SX æqualis ipsi QR. (2) duc lineam XC. (3) super lineam XC quadratum æquale erit duobus datis.

Nota: *Sic tribus & quotcunque aliis datis unum constitues æquale continua operatione.*

Probl. LXXIX.

Dato multangulo LMNOP ordinato æquale triangulum constituere.

E centro Q duc radios ad angulos LMN OP habebisque quinque triangula æquilatera. (2) in linea quacunq; sume quinque triangulorum bases, ut fiat una RS, è cujus medio puncto T erigatur perpendicularis TV æqualis altitudini trianguli unius æquilateri. (3) ducantur VR, VS, habebis triangulum æquale ordinato multangulo.

Nota: *Sic multangulo ordinato æquale etiam facies parallelogrammum & quadratum.*

Probl. LXXX.

Multangulum quodcunque mutare in parallelogrammum æquale.

Multangulum divide ductis lineis, in triangula. (2) singulis triangulis ad æqualē lineam æqualia constitue parallelogramma: (3) hæc conjunge, & habebis unum omnibus triangulis, adeoque & toti multangulo æquale.

Probl. LXXXI.

Dato multangulo MNOPQ quocunque simile similiterque situm supra datam rectam RS constituere.

Mul-

Multangulum resolvatur in triangula ductis lineis NQ, OQ. (2) RS è regione lineæ NO collocetur, & super RS fiat triangulum RST æquale ipsi NOQ. (2) super RT æquale ipsi NMQ, & super ST, æquale ipsi OQP.

Probl. LXXXII.

Dato circulo æquale triangulum facere.

Circularem lineam muta in rectam XU [*Probl. 68.*] (2) super U erigatur perpendicularis UZ æqualis radio, & duc lineam XZ.

Probl. LXXXIII.

Circulo æquale quadratum conficere.

Fiat triangulum circulo æquale [*Probl. 82;*] & huic parallelogrammum [*Probl. 72:*] & hoc mutetur in quadratum [*Probl. 75.*]

Vel: Ducantur duæ Diametri sese intersecantes ad angulos rectos AB, CD. (2) Radius unus dividatur in partes quatuor. (3) diametros ab utraque parte produc in E & F, G & H addita ubique parte quarta. (4) connecte EG, GF, FH, HE.

Nota: *Hinc patet quomodo quadratum mutari queat in circulum.*

Probl. LXXXIV.

Circulos plures mutare in unum.

Singuli convertantur in quadrata, & è pluribus quadratis constituatur unum, atq; huic æqualis fiat circulus.

Probl. LXXXV.

Datum rectilineum quodcunque duplicare, triplicare. &c.

Cape latus quodcunque rectilineæ figuræ, e. g. triplicandæ, ejusque distantiam in linea quacunq; ter pone, atq; inter illam triplam & latus quære mediam proportionalem, super qua erige figuram rectilineam similem.

Nota: *Ita & imminues in quacunque ratione, si latus figuræ secundum rationem datam dividas, interque latus & partem mediam proportionalem inquiras,*

Probl. LXXXVI,

Quadratum ABCD expeditius duplare, triplicare.

Ducatur diagonius CB, ejusque distantia ex A in linea AC producta transferatur in B, super AE fit quadratum duplum. (2) ducatur EB, ejusque distantia ex A sransferatur in F, estque AF latus quadrati tripli.[3] ducatur FB, & ex A in G transferatur, erit latus quadrupla, &c.

Probl. LXXXVII.

Figuram rectilineam quamcunque MNOPQ aliter augere vel minuere.

Duo latera figuræ MN, MQ produc, & ex M in reliquos angulos O, P duc lineas;[2 in quacunque distantia duc parallelas ipsis NO, OP, PQ.

Probl. LXXXVIII.

Circulum RSTV duplicare, triplicare, &c.

Ducantur diametri RT, SU secantes se in V ad angulos rectos.[2] ducatur RS. & ex V centro transferatur in SU prolongatam in X; radio

radio XV ductus circulus est duplus. [3] ducatur XR, & ex V transferatur in Z, VZ est radius tripli, &c.

Nota: *Alias juxta quamcunque rationem circulus ut & quadratum augetur vel imminuitur: si ad datam rationem & diametrum vel latus quadrati quartam proportionalem inveneris, & inter primum rationis terminum & quartum proportionalam medium inveneris, & super hoc quadratum vel circulum describas.*

Probl. LXXXIX.

Fabricare Pyramidem ordinatam.

Fiat in aliqua materia triangulum æquilaterum ABC, & super singula latera alia æquilatera triangula; quæ complicata dabunt pyramidem ordinatam.

Nota: *Si super cujuscunque figuræ rectilineæ latera æquealta isoscelia construxeris, facies quascunque pyramides.*

Probl. XC.

Prismata conficere.

Fiat figura rectilinea quæcunque & super singula latera construe oblonga æquealta: & super uno oblongorum, similem similiterque sitam figuram rectilineam, & complicatis habebis prisma.

Nota: *Ad Rhombos & Romboides obliquangula requiruntur parallelogramma.*

Probl. XCI.

Octaëdrum, Icosaëdrum, & Dodecaëdrum conficere.

Octa-

Octaëdrum ex octo, Icosaëdrum è viginti fit triangulis æquilateris. Dodecaëdrum è duodecim quinquangulis complicatis. Modus describendi è schematibus intelligitur.

Probl. XCII.

Corpus quodcunqae augere vel minuere in data ratione, E ad F.

Sume latus CD cujusvis superficiei, & qvære qvartam proportionalem inter E, F & latus CD, quæ sit G. (2) inter CD & G duæ mediæ proportionales inveniantur, H & I. [3] super H propinquiori lateri dato CD simile parallelepipedum construe.

Nota in Gibbis pro latere CD diameter basis accipienda est. Sic facile duplicabis, triplicabis corpus quodvis.

Probl. XCIII.

Aream Trianguli Rectanguli MNO inquirere.

Dimidia perpendicularis MN in basin NO; vel perpendicularis in dimidiam basin multiplicata; Vel perpendicularis in basin multiplicatæ producti dimidium, dabit aream.

Probl. XCIV.

Aream trianguli obliquanguli invenirè.

Altitudo in basis dimidium, vel dimidia altitudo in basin; vel altitudinis in basin multiplicatæ producti dimidium dat aream.

Probl. XCV.

Trianguli æquilateri aream invenire.

Lateris unius quadratum multiplica per 13, productum divide per 30. quotiens est area.

Probl.

Probl. XCVI.

Aream cujusvis trianguli ex tribus lateribus explorare.

Latera trianguli adde (2) è summæ dimidio singula auferto latera (3) tres illæ differentiæ & superius dimidium continue multiplicentur, (4) è producto radix quadrata extracta dabit aream.

Probl. XCVII.

Aream quadrati vel oblongi CDEF investigare.

Quadrati latus CD in se multiplica: Oblongi duo crura CD, CE in se multiplica: productum utrobique dabit aream.

Probl. XCVIII.

Aream Rhombi vel Rhomboidis GHIK inquirere.

Rhombus vel Rhomboides mutetur in qvadratum vel oblongum (probl. 76) & inquiratur area qvadrati vel oblongi (probl. 97.)

Vel: Ducatur Diagonius GK, & (2) illi incidat ex opposito angulo H perpendicularis HL (3) multiplica HL in GH, productum est area.

Probl. XCIX.

Aream Trapezii rectanguli LMNO nosse.

Latera opposita parallela LM, NO adde, (2) summam biseca. (3) in semissem multiplica perpendicularem LN.

Probl. C.

Trapezii obliquanguli duo latera opposita parallela habentis PQ RS aream quærere.

Duo parallela PQ, RS adde (2) ex PQ demitte perpendicularem TV (3) TV multiplica in summæ ex PQ, RS dimidium.

Probl. CI.

Aream multanguli ordinati ABCDE indàgare.

Quære centrum figuræ F (probl. 65) (2) perpendicularem FG multiplica per latus AB (3) dimidium producti multiplica per numerum angulorum figuræ.

Probl. CII.

Aream cujusque figuræ inordinatæ invenire.

Ductis lineis ex angulis in angulos dividatur figura in triangula quotcunque, (2) singulorum triangulorum areæ inventæ (probl. 93. 94. 95. 96.) addantur,

Probl. CIII.

E dato diametro cognoscere peripheriam, vel contra.

Fiat juxta regulam proportionum: Ut 7 ad 22, ita data diameter ad peripheriam. Et ut 22 ad 7, ita data peripheria ad diametrum. Vel accuratius ut 113 ad 355, sic diameter ad peripheriam, & contra.

Probl. CIV.

Aream circuli manifestare,

Semissis peripheriæ multiplicetur in semissem diametri. Vel diametrum circuli multiplica

plica in se, & habebis diametri quadratum, (2 fiat: Ut 14 ad 11, sic quadratum diametri ad aream. Vel accuratius, ut 452 ad 355, sic quadratum diametri ad aream.

Probl. CV.

Data area inquirere latera figuræ, vel peripheriam.

Si area est *quadrati*, extracta radix dabit latus; Si *trianguli* vel *parallelogrammi* est area, dividatur illa per quemcunque numerum, qui dabit basin: quotiens dabit *parallelogrammi*: quotientis duplum *trianguli* altitudinem. *Circuli* peripheria habetur, si (1) fiat ut 355 ad 452. sic area circuli ad quadratum diametri, (2) ex quadrato extrahatur quamproxima radix, è qua invenitur peripheria, (probl. 103.)

Probl. CVI.

Pyramidis vel Coni capacitatem metiri.

Aream baseos multiplica in tertiam partem altitudinis coni vel pyramidis: productum dat capacitatem.

Probl. CVII.

Prismatis vel cylindri capacitatem inquirere.

Basis unius area, ex superioribus problematibus inventa, multiplicetur in altitudinem.

Nota: *Si basis superior inferiorque non sint æquales, areæ illarum addantur, & dimidium summæ illius multiplicetur in altitudinem,*

Vel si major sit differentia basium, mediam proportionalem inter utramque aream investiga

vestiga. (2) *Utramque basium aream & mediam proportionalem in unam summam collige.* (3) *per summæ hujus partem tertiam multiplica altitudinem.*

Probl. CVIII.

Sphæræ seu globi superficiem convexam inquirere.

Peripheria maximi circuli multiplicetur in diametrum. Vel accuratius fiat; ut 113 ad 355, ita quadratũ diametri ad superficiem sphæræ.

Probl. CIX.

Globi soliditatem investigare.

Multiplica radium in tertiam partem superficiei convexæ. Vel fiat; ut 678 ad 355, ita cubus diametri ad soliditatem globi.

Probl. CX.

Dato cono pyramidem, aut cylindro prisma æquale, vel contra constituere.

Fiat dati coni vel cylindri areæ basis rectilinea æqualis quotcunqve angulorum, & super hanc basin exstruetur pyramis vel prisma ejusdem altitudinis cum cono vel cylindro.

Probl. CXI.

Datæ pyramidi vel cono prisma vel cylindrum æqualem constituere ad eandem altitudinem vel contra.

Datæ pyramidis vel coni basi fiat tripla basis quæcunque; & super hac excitetur prisma vel cylindrus. Prismati vel cylindro æqualem reddes pyramidem vel conum, si aream sub tripla ratione minues.

Probl.

Probl. CXII.

Dato prismati cubum æqualem constituere.

Basin dati prismatis converte in quadratum (probl. 75) (2) inter latus quadrati hujus & altitudinem prismatis dati quære duas medias proportionales (probl, 20.) (3) Ad proportionalium viciniorē lateri qvadrati fiat cubus.

Probl. CXIII.

Datum parallelogrammum ABCD dividere in partes

Duas: duc diametrum AC, vel BD. Aut biseca bina opposita latera AB, DC, vel AD, BC ductis lineis. Aut abscinde AE, & huic æqvalem CF, & duc lineas. *In plures*: Bina opposita latera dividantur in tot partes, in quot figura dividenda est, & ducantur lineæ.

Probl. CXIV.

Triangulum DEF dividere in partes

Duas: E quocunque latere ex G in oppositum angulum E ducatur occulta GE (2) latus illud DF biseca in H; (3) ducatur HI parallela ipsi GE (4) Ex I in G ducta secabit bifariam.

Vel; Biseca DE in K, & inter DE, & DK quære mediam proportionalem, (probl. 8.) eamque ex E pone in L. (2) per L duc M parallelam ipsi DF.

In plures: Latus quotcunque DF divide in tot partes, in quot triangulum dividendum est (2) ex opposito angulo E duc lineas per singulas partes lateris DF.

Probl. CXV.

Unumquodque multangulum NOPQR in partes datas dividere.

Multanguli aream inquire (probl. 101, 102) (2) inventam aream in datas partes arithmetice divide, qvotus dabit aream partis cujusque. (3) areæ hujus latera inquire (probl. 105 & è figura abſcinde.

TRIGONOMETRIA.

DEFINITIONES.

TRigonometria eſt ſcientia laterum & angulorum in triangulo ex datis tribus ope canonis inveniendorum.

2. *Canon* eſt proportio rectarum linearum ad arcus qvoscunqve circuli.

3. Arcus eſt vel datus vel complementum *Datus* eſt de quo præcipue quæritur DB. *Complementum* eſt arcus dati reſiduũ ad quadrantem CD.

4. Rectæ illæ lineæ proportionem ad arcus circuli habentes ſunt, ſubtenſa, ſinus, tangens, ſecans.

5. *Subtenſa* eſt recta linea BC in circulo BDCE dividens illum in duo ſegmenta BDC, CAB, & utrumque pariter ſubtendens.

6. *Sinus* eſt recta linea in ſemicirculo ab arcus termino perpendicularis. Eſtque vel rectus, vel verſus.

7. *Sinus rectus est* qui ab arcus sui termino in diametrum perpendicularis est.

8. Sinus rectus est vel partialis vel totalis: *Totalis* est circuli radius, BF vel FC; dicitur & sinus totus. Partialis est vel Dati vel Complementi.

Sinus dati est sinus rectus DE arcus præcipue quæsiti DB.

Sinus Complementi est sinus rectus DG arcus complementi DC.

9. *Sinus versus* est EB, qui ab arcus dati DB altero termino B in sinum rectum DE perpendicularis est.

10. *Tangens* est recta linea HB diametri AB extremo puncto B perpendicularis, incidens in radium F*D* continuatum ad H.

11. *Secans* est recta linea FH per arcus dati DB terminum *D* ducta ad tangentem BH.

12. *Circulus* in sphæra *major* seu *maximus* est, qvi dividit sphæram in duas partes æqvales, & habet idem cum sphæra centrum.

13. *Circulus* in sphæra *minor* est, qui sphæram bifariam non secat, nec idem cum ea centrum habet.

POSTULATA.

CIrculum omnem dividi licere in gradus 360, & singulos gradus in 60 minuta prima, quodlibet primum in totidem secunda, &c.

2. Radium licere concipere 100000 particularum.

THEOREMATA.

SInus rectus *DE* est semissis subtensæ DEK arcus DBK, dupli ipsius dati arcus DB.

2. Sinus rectus *DE* arcus DB est etiam sinus rectus arcus DCA complementi ad semicirculum; habentque ita arcus & complementum ejus ad semicirculum eundem sinum rectum.

3. Sinus rectus DE & sinus complementi DG æque possunt radio DF.

4. Arcus dati sinus versus EB, & rectus complementi DG æquales sunt radio FB.

5. Sinus rectus DE & versus EB æq; possunt subtensæ sui arcus DB.

6. Sinus versus EB est differentia sinus complementi DG, & radii FB.

7. Sinus rectus DE est media proportionalis inter semiradinm KB & sinum versum GB arcus HB dupli ipsius DB.

8. Differentia SR duorum sinuum rectorum OQ & NS arcuum PQ & PS ab arcu PR sexaginta graduum æqualiter per QR & SR distantium æqvalis est sinui alterutri SV vel VQ arcuum à sexaginta gradibus differentium.

9. Tangens BH habet se ad radium FB, ut sinus rectus DE ad sinum complementi DH.

10. Radius FB est media proportionalis inter sinum complementi DG & secantē FH.

11. Sinus rectus KL arcus KM triginta graduum est semissis radii.

12. Sinus

12. Sinus QS arcus QR 45 graduum est semissis radicis è radii PQ qvadrato duplicato extractæ.

13. Sinus SZ arcus SU 36 graduum est semissis radicis extractæ è summa qvadratorum laterum sexanguli & decanguli.

14. Si trianguli ABC hypotenusa AB est radius, crura BC, & AC sunt sinus recti angulorum oppositorum.

15. Si trianguli rectanguli AFD crus alterutrum AD est radius, crus alterum DF est anguli oppositi A tangens, & hypotenusa AF ejusdem anguli secans.

16. Si super trianguli obliqvanguli GHI latere minori HG tanqvam radio ducatur circulus, reliqva latera secans, tum latus maximum HI ad summam duorum reliqvorum laterum HG, GI se habet, ut differentia eorum LI se habet ad segmentum baseos IK.

17. In omni triangulo obliqvangulo LMN latera sunt circuli triangulo circumscripti subtensæ.

18. In omni triangulo latera habent eam proportionem, qvam sinus angulorum oppositorum.

19. In omni triangulo obliqvangulo ut duorum laterum dimidium ad differentiam lateris alterutrius à dimidio, ita tangens semissis summæ angulorum ad tangentem differentiæ à semissi angulorum.

20. Triangula sphærica rectangula eundẽ acutum ad bases angulum habentia, sinus hy-

potenusarum & perpendiculorum proportionales habent.

21. In triangulis sphæricis rectangulis acutum ad basin eundem habentibus, sinus basiũ, & tangentes perpendiculorum inter se sunt proportionales.

22. Sinus recti arcuum & secantes complementorum reciproce sunt proportionales.

23. Tangentes arcuum cum tangentibus complementorum reciproce sunt proportionales.

24. Si maximus sphæræ circulus PNLMOU secat maximum LSTU secat illum bifariam in L & U.

25. Si anguli sphærici ONP latera NO & NP continuantur, concurrunt in T, & semicirculos efficiunt, & anguli oppositi N & T fiunt æquales.

26. Si circulus maximus secat maximum ad angulos rectos, transit per polos ejus & contra.

27. Si maximus transit per minoris polum, secat eum ad angulos rectos.

28. Si trianguli sphærici rectanguli ad T crus alterum TR est quadrans, oppositus angulus RPT est rectus. Si crus unum TQ est qvadrante majus, oppositus QPT est obtusus: Sin crus TS est minus quadrante, oppositus SPT est acutus.

29. Si in triangulo sphærico ad angulum rectum U crus alterum ZU sit qvadrans, & hypotenusa ZY qvadrans erit. Si vero crus utrumqve UP, UR est majus qvadrante; vel

ad

(ad S) utrumqve crus SP, SR qvadrante minus, hypotenusa PR est qvadrante minor. Ast si ad V unum crus UR est majus, alterum TU minus qvadrante, hypotenusa TR est qvadrante major, & contra.

30. Si trianguli DEF rectanguli (ad F) alteruter ad hypotenusam (E vel D) rectus est, hypotenusa DE qvadrans est: Sin uterque D & E acutus vel obtusus, hypotenusa minor est qvadrante: Ast si alter acutus, alter obtusus, hypotenusa qvadrante major est.

PROBLEMATA.

De Sinuum magnitudine invenienda.

Probl. I.

Dato radio AB & sinu recto BC invenire sinum complementi BD.

Qvadratum sinus recti BC subtrahe ex qvadrato radii AB, residuum est sinus complementi DB.

Probl. II.

Dato radio AC & sinu complementi DB invenire sinum versum CE.

Sinus complementi subtrahatur à radio: residuum est sinus versus.

Probl. III.

Dato sinu recto BC arcus dati BE invenire sinum rectum BH, arcus BG dimidii ipsius BE.

Qva-

Qvadrata sinus recti & sinus versi addantur, è summa extrahatur radix, qvi sinus est dimidii peripheriæ ipsius BE.

Pròbl. IV.

Dato sinu recto cujuslibet arcus, & semiradio invenire sinum versum arcus dupli.

Fiat ut semiradius ad sinum datum, ita sinus datus ad sinum versum arcus dupli.

Probl. V.

Datis duobus arcubus (50 & 70) æqvaliter à sexaginta distantibus invenire sinum arcus (10) qvo alteruter à sexaginta distat.

Subtrahe sinum arcus minoris (50) à sinu arcus majoris (70) residuum est distantiæ (10) sinus.

Nota. *Viceversa è sinu differentiæ 10 & sinu minoris 50 additis, fit sinus majoris arcus æqve distantis.*

Probl. VI.

Dato sinu recto arcus & complementi ejus inqvirere tangentem arcus.

Fiat ut sinus complementi ad sinum rectũ dati, ita radius ad tangentem arcus dati.

Probl. VII.

Dato sinu recto & radio investigare secantem complementi.

Fiat ut sinus rectus ad radium, ita radius ad secantem complementi.

Nota. Secans ita facilius habetur: Si dati arcus tangentem, & complementi ejus dimidii tangentem addas.

Probl VIII.

Datis duobus ſinubus arcuum duorum conjunctorum quadrante minorum, eorumque complementis invenire ſinum arcus è duobus compoſitis.

Datos ſinus ſingulos multiplica in alternorum complementorum ſinum. (2) duo facta adde & (3) Summam divide per radium, qvotus eſt ſinus arcus compoſiti.

Probl. IX.

Datis ſinubus duobus arcuum quadrante minorum, ſi addantur; ſinum arcus differentiæ eorum notum reddere.

Sinus minor multiplicetur in majoris complementi ſinum, & major in minoris complementi ſinum. (2) ſubtrahe unum ab alio, reſiduum divide per radium, qvotiens eſt ſinus differentiæ.

De Canone ſinuum componendo, dato radio 100000.

Probl. X.

Sinum rectum 45 graduum invenire.

Radium in ſe multiplicatum dupla: (2) è facto extrahe radicem, eamqve biſeca, & habebis ſinum rectum 45.

Probl. XI.

Sinum rectum 30 graduum noviſſe.

Radius biſecetur, & habebis qvæſitum.

Probl. XII.

Sinum rectum 18 grad. cognitum habere.

Qvæ-

Qvadratum radii & semiradii addantur: (2) è summa extrahatur radix, (3) ab hac radice auferatur semiradius, & residui semissis est sinus qvæsitus.

Probl. XIII.

Sinum rectum 36 graduum venari.

Qvadrata radii & sinus 18 addantur: (2) è summa qvadratorum radix qvadrata extrahatur, cujus semissis est sinus qvæsitus.

Probl. XIV.

Quatuor hisce datis sinubus reliqvorum omniū graduum minutorumqve sinus indagare.

Qvære primum sinus complementorum trium datorū (probl. 1) (2) datorum & complementorum semissium sinus (probl. 3.) (3) horumqve iterum semissium & complementorum sinus. (4) cujusqve arcus jam inventi potes etiam dupli sinum qværere (probl. 4) (5) Et ex his sume duos à 60 æqvaliter distantes, majorem & minorem, atqve hinc differentiæ habebis sinum, (probl. 5.) Itemq; duobus dupli arcus (probl. 8) & differentiæ (pb. 9 sinum: idque tamdiu donec graduum minutorumque omnium sinus noveris.

Nota: *Poteris hoc modo graduum minutorumqve sinus investigare usque ad minuta 45. Ut & antecedentium qvoqve minutorum sinus habeas notas, per regulam proportionis poteris dicere 45. minuta dant sinum, qvem invenisti, qvem dat 1. minutum? quo invento potes seqventium per additionem invenire usqve ad 45. & absolutus erit canon.*

Probl. XV.

Sinubus inventis tangentes & ſecantes omnium graduum & minutorum invenire.

Fieri poterit juxta problemata 6 & 7.

Probl. XVI.

Sinus, Tangentes & Secantes noviſſe arcuum, quibus adjuncta ſunt minuta ſecunda.

Excerpe è canone ſinum tangentem vel ſecantem dato arcu minorem & majorem; (2) ſubtrahe minorem à majori & differentiam obſerva. (3) fiat ut 60 ad differentiam; ita adjuncta minuta ſecunda ad partem proportionalem, qvam ſinui, tangenti vel ſecanti minori addes.

Probl. XVII.

Sinu, Tangente vel ſecante datis noviſſe cum gradibus & minutis etiam ſecunda.

Si ſinus tangens vel ſecans in canone non inveniatur, ſumatur proxime minor, & à proxime majori ſubtrahatur differentia notata. (2) ſubtrahatur & minor à dato, noteturqve differentia ſecunda. (3) fiat ut differentia prima ad 60 ſecunda, ita differentia ſecunda ad partem proportionalem, qvam adde gradibus & minutis proxime minoribus,

PRAXIS TRIGONOMETRICA.

In Triangulis, planis rectangulis.

Probl. XVIII

Dato recto angulo I & altero obliquo O invenire tertium A.

Datus

Datus obliqvus O ſubtrahatur à 90 gradibus, reſiduum dabit qvæſitum A.

Probl. XIX.

Dato crure OI & angulo obliqvo adjacente O invenire crus alterum AI, & hypotenuſam OA.

Fiat: ut radius ad crus OI; ita tangens anguli adjacentis O ad crus AI. Vel qvæſito tertio angulo A (probl. 7.) fiat: ut ſinus anguli A noto cruri oppoſiti ad crus OI; ita ſinus alterius obliqvi O ad crus alterum AI.

Et ut radius ad crus OI; ita ſecans anguli adjacentis O ad hypotenuſam AO. Vel, ut ſinus anguli noto cruri oppoſiti ad crus notum OI; ita ſinus totus anguli recti I ad hypotenuſam AO.

Probl. XX.

Data hypotenuſa AO & angulo obliqvo inqvirere crura.

Fiat ut radius ad hypotenuſam AO; ita anguli O ſinus ad crus AI: & ita anguli A ſinus ad crus OI.

Probl. XXI.

Data hypotenuſa AO, & crure uno OI invenire duos obliqvos O & A.

Fiat: ut data hypotenuſa ad radium; ita crus datum OI ad oppoſiti unguli A ſinum. Vel; ut crus datum OI ad radium; ita hypotenuſa AO ad ſecantem anguli O.

Probl. XXII.

Data hypotenuſa AO & crure uno OI invenire crus alterum AI.

Problema XXII.

Data hypot. AO & crure uno OI. invenire crus alterum AI.

Mod. 1.

Quærantur anguli obliqui per probl. 21. deinde crus desideratum per probl. 19. & prodibit quæsitum.

Mod. 2.

Addatur Logarithmus summæ provenientis ex hypotenusa AO & crure dato OI. ad Logarithmum differentiæ, quæ est inter hypothenusam & crus datum; hujus summæ Logarithmicæ dimidium est Logarithmus cruris AI quæsiti.

Problema XXIII.

Dato uno crure AI & angulo A alteri cruri IO opposito, alterum crus IO invenire.

Ut radius AI. ad tangentem IO anguli A quæsito cruri IO oppositi, ita crus datum AI. ad crus quæsitum IO.

Problema XXIV.

Datis cruribus AI & IO angulum utrumq; acutum A. vel O. invenire.

1. *Si quæratur angulus ad A.*

Fiat, ut crus AI. angulo quæsito A adjacens ad crus IO angulo ad A oppositum :: ita radius AI ad tangentem IO quæsiti anguli ad A.

2. *Si quæratur angulus ad O.*

Fiat, ut crus IO angulo quæsito O adjacens adcrus AI. angulo ad O oppositum, ita radius IO. ad tangentem AI. quæsiti anguli ad O.

Problema XXV.

Datis cruribus AI. & IO. hypothenusam AO invenire. Quærantur anguli per problema 24. deinde hypothenusa per 19. & prodibit quæsitum.

Praxis Trigonometrica

In Triangulis planis obliquangulis.

Problema XXVI.

Datis in triangulo obliquangulo angulis & uno latere, alterutrum quodlibet latus invenire.

1. Pro latere AB.

Fiat, ut sinus anguli ad A lateri dato BC oppositi, ad sinum anguli C lateri quæsito AB oppositi, ita latus datum BC ad latus AB. quæsitum.

2. Pro latere AC.

Fiat ut sinus anguli ad A lateri dato BC. oppositi ad sinum anguli B. lateri quæsito AC oppositi :: ita latus datum BC. ad latus AC quæsitum.

Problema XXVII.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus AB & BC & angulo C alterutri eorundem v. g. AB opposito, angulum A reliquo lateri BC oppositum invenire.

Fiat:

Fiat: ut latus AB angulo dato C oppositum ad latus alterum BC :: ita sinus anguli dati C ad sinum anguli quæsiti A.

Problema XXVIII.

Datis duobus lateribus AB & BC & angulo B. interjacente, reliquos angulos A & C invenire.

Fiat: ut summa datorum laterum AB & BC ad differentiam eorundem laterum :: ita tangens-semisummæ angulorum quæsitorum A & C ad Tangentem differentiæ eorundem.

Si igitur angulus in tabulis inventus à semisumma subtrahatur. residuum erit angulus dato minori lateri oppositus: Sin eidem semisummæ angulus inventus addatur, prodibit angulus majori lateri oppositus.

Problema XXIX.

Datis tribus lateribus AB. BC. & CA, segmenta baseos à perpendiculari facta, & angulum quemlibet invenire.

Assumatur latus maximum pro basi, & à vertice ad basin dimittatur perpendicularis, quæ datum triangulum obliquangulum in duo triangula rectangula dividit: Deinde addantur & subtrahantur reliqua duo latera, ut proveniat summa & differentia eorundem laterum;

Hinc fiat: ut Basis ad summam laterum reliquorum :: ita differnntia eorundem laterum ad differentiam segmenti baseos.

Si differentia inventa à basi subtrahatur, perpendicularis dividit reliquum in duas partes æquales. Cognitis a. hoc modo segmentis, anguli in duobus triangulis rectangulis innotescent per 21. probl.

Praxis Trigonometrica

In Triangulis Sphæricis Rectangulis.

Problema XXX.

Datis hypothenusa & angulo acuto, qui lateri quæsito opponitur, hoc *latus* invenire.

Fiat: ut radius ad sinum hypothenusæ, ita sinus anguli obliqui dati ad sinum cruris quæsiti.

Problema XXXI.

Datis hypothenusa & angulo acuto, quæsito lateri adjacente, latus isti angulo adjacens invenire.

Fiat: 1. ut radius ad sinum complem. anguli obliqui dati, ita Tangens hypothenusæ, ad Tangentem cruris quæsiti.

Vel 2. Ut radius ad secantem anguli dati :: ita Tangens Complementi hypothenusæ datæ ad Tangentem complementi lateris quæsiti.

Problema XXXII.

Datis hypothenusa & uno latere, invenire alterum latus.

Fiat: ut Radius ad secantem datæ hypothenusæ :: ita sinus complementi lateris dati ad secantem lateris quæsiti.

Vel

Vel hoc modo: Ut sinus complementi lateris dati, ad radium :: ita sinus complementi hypothenusæ ad sinum complementi lateris quæsiti.

Problema XXXIII.

Datis uno crure & angulo obliquo eidem opposito, invenire latus alterum.

Fiat: ut radius ad Tangentem complementi anguli obliqui dati, ita Tangens cruris dati, ad sinum cruris dati.

Problema XXXIV.

Datis uno crure & angulo obliquo eidem adjacente, invenire alterum latus.

Fiat: ut radius ad sinum cruris dati, ita Tangens anguli obliqui dati, ad Tangentem cruris quæsiti.

Problema XXXV.

Datis angulis acutis, quodlibet latus invenire.

Ut sinus complementi anguli cruri quæsito adjacentis ad radium, ita sinus complementi alterius anguli obliqui ad sinum complementi cruris quæsiti.

Problema XXXVI.

Datis alterutro latere & angulo obliquo huic lateri opposito, invenire hypothenusam.

Fiat: ut radius ad sinum anguli dati, ita secans complementi lateris dati ad secantem hypothenusæ quæsitæ.

Problema XXXVII.

Datis alterutro latere & angulo obliquo huic lateri adjacente invenire hypothenusam.

Fiat: ut sinus complementi anguli dati ad radium:: ita Tangens lateris dati ad Tangentem hypothenusæ quæsitæ.

Problema XXXVIII.

Datis lateribus hypothenusam invenire.

Fiat: ut radius ad secantem lateris alterutrius, ita secans lateris reliqui, ad secantem hypothenusæ quæsitæ.

Problema XXXIX.

Datis angulis invenire hypothenusam.

Fiat: ut radius ad Tangentem anguli utriuslibet:: ita Tangens anguli reliqui ad secantem hypothenusæ quæsitæ.

Problema XXXX.

Datis hypothenusa & latere, quod opponitur angulo quæsito, angulum isti lateri oppositum invenire.

Fiat: ut radius ad secantem complementi hypothenusæ datæ, ita sinus lateri dati ad sinum anguli quæsiti.

Problema XXXXI.

Datis hypothenusa & uno latere, quod angulo quæsito adjacet, angulum adjacentem invenire.

Fiat:

Fiat: ut radius ad Tangentem hypothenusæ :: ita Tangens complementi dati lateris ad secantem anguli quæsiti.

Problema XXXXII.

Datis hypothenusa & altero angulo obliquo, angulum reliqvum invenire.

Fiat: ut radius ad secantem hypothenusæ :: ita Tangens complementi anguli dati ad Tangentem anguli quæsiti.

Problema XXXXIII.

Datis lateribus angulum utrumlibet obliquum invenire.

Fiat: ut radius ad secantem complementi lateris quæsito angulo adjacentis :: ita Tangens lateris angulo eidem oppositi, ad Tangentem hujus anguli quæsiti.

Problema XXXXIV.

Datis uno latere & angulo obliquo eidem opposito, alterum angulum obliqvum invenire.

Fiat: ut secans lateris dati ad radium :: ita sinus anguli dati ad sinum complementi anguli quæsiti.

Problema XXXXV.

Datis angulo obliquo & latere isti angulo adjacente, alterum angulum obliquum invenire.

Fiat: ut radius ad secantem lateris dati :: ita sita sinus complementi anguli dati ad sinum anguli quæsiti.

Not. per hæc proposita problemata ea triangula rectangula sphærica solvi possunt, *quorum duo reliqui anguli sunt acuti, atque adeo singula latera qnadrante minora.*

Denique triangula sphærica obliquangula solvuntur reductione eorum ad duo rectangula per demissionem arcus perpendicularis à vertice trianguli in oppositam & subjectam basin. Atque arcus iste perpendicularis aut cadit intra aut extra triangulum, dividens triangulum obliquangulum in duo rectangula. Unde cognita & perspecta rectangulorum solutione, non ignorabitur solutio obliquangulorum. Quod in explicatione hujus doctrinæ clarius patebit.

Sphalmata æquus Lector ipse emendabit.