a. für parallele Punctcoordinaten die Collineationsachse eine gerade Linie, deren Puncte beiden Gebilden zugleich angehören.

b. Für Hrn. Plücker's ursprüngliche Liniencoordinaten ist die Collineationsachse ein Punct; jede gerade Linie, welche durch denselben geht und dem einen Gebilde angehört, fällt mit ihrer entsprechenden Linie in dem andern Gebilde zusammen.

c. Für die von mir eingeführten Kreiscoordinaten richtet sich die Natur der Collineationsachse nach der Coordinatenachse und ist mit dieser eine gerade oder krumme Linie; alle Elementarkreise derselben gehören beiden verwandten Gebilden zugleich an.

Wir bemerken hierbei, daß der Punct, welcher im System der Liniencoordinaten als Collineationsachse auftritt, ganz dieselbe Rolle spielt wie der von Hrn. Magnus bestimmte Collineationspunct zweier collinearer und collinearliegender Gebilde im System der parallelen Punctcoordinaten. Diese Analogie wird uns später noch bestimmter entgegentreten.

Hierher ist auch derjenige Fall zu rechnen, wenn **T** eine constante Größe wird. Man möchte geneigt sein zu schließen, daß die beiden collinearen Gebilde dann ohne Collineationsachse seien. Ich habe aber an einem andern Orte schon erläutert, daß in einem solchen Falle die Gleichung (5) als der Ausdruck eines (einfachen oder vielfachen) Ortes ersten Grades angesehen werden muß, dessen Elemente unendliche Coordinaten haben, daß also die Collineationsachse beider Gebilde dann für Punct- und Kreiscoordinaten im Unendlichen liegt, für Liniencoordinaten aber der Anfangspunct der Coordinaten ist. Es wäre voreilig, wollte man hieraus den allgemeinen Schluß ziehen, daß dann je zwei entsprechende Linien ersten Grades in den beiden ersten Coordinatensystemen sich im Unendlichen schnitten, und in dem der Liniencoordinaten je zwei entsprechende Puncte mit dem Anfangspuncte der Coordinaten in gerader Linie lägen. Denn man darf nicht aus dem Auge verlieren, daß die Gleichung (5) für einen constanten Werth von **T** nur in sofern die angezeigte geometrische Bedeutung hat, als **T** durch Degeneration aus einem veränderlichen Ausdruck constant geworden ist, und daß daher die durch sie dargestellte Curve nur solche Eigenschaften beibehalten kann, welche die degenerirende Curve schon besitzt. Wollen wir, um der Deutlichkeit halber nur von Punctcoordinaten zu reden, aus der Beständigkeit von **T** schließen, daß zwei entsprechende gerade Linien in **A** und **B** sich im Unendlichen schneiden, so müssen wir von zwei Gebilden ausgehen, worin sich schon gerade Linien entsprechen. Denn sind x und y keine Verhältnisse linearer Functionen von u und v, so daß also einer geraden Linie in **A** eine Linie höhern Grades in **B** entspricht, und reducirt sich die letztere in einem besondern Falle auf den ersten Grad; so geben dadurch einige Durchschnittspuncte der beiden entsprechenden Oerter in's Unendliche über und liegen demnach wirklich auf der im Unendlichen enthaltenen Collineationsachse, ohne daß die beiden geraden Linien parallel werden müssen. Wir werden am Schlusse dieser Abhandlung einem Falle begegnen, wo ganz in derselben Weise die durch (6) bestimmten isolirten Elemente dadurch, daß **R** und **S** constant werden, unendliche Coordinaten erhalten. Ein Mißverständniß in Untersuchungen dieser Art ist nicht möglich, wenn wir alle vorkommende Gleichungen homogen machen, indem wir zu unsern beiden Veränderlichen noch eine dritte hinzufügen und $\frac{x}{z}, \frac{y}{z}$ statt x, y, so wie $\frac{u}{w}, \frac{v}{w}$ statt u, v setzen. Sind dann die Zähler und Nenner von $\frac{x}{z}$ und $\frac{y}{z}$ aus (9) z. B. vom zweiten Grade, so entspricht einer Gleichung ersten Grades aus xyz eine vom zweiten Grade in uvw und behält diesen Grad auch dann noch bei, wenn sich in besondern Fällen die Glieder mit v^2, uv, u^2 in ihr zerstören, so daß sie, auf zwei Veränderliche reducirt, vom ersten Grade zu sein scheinen würde. Wenn also eine Gleichung zwischen zwei Veränderlichen aus einer andern dadurch entsteht, daß gewisse Größen in ihr entweder unendlich groß oder unendlich klein werden, so läßt sich ihr Grad nur bestimmen, indem wir sie vor dem Uebergange zu jener Grenze homogen machen; so wie überhaupt die Nothwendigkeit, in der analytischen Geometrie nur homogene Gleichungen und Ausdrücke in Anwendung zu bringen, immer mehr hervortreten wird.*)

*) So ist die Gleichung der zweiten Polare des Elementes $x'\,y'$ in Bezug auf die Directrix $U = 0$

$$\frac{d^2U}{dy'^2}y^2 + 2\frac{d^2U}{dy'dx'}xy + \frac{d^2U}{dx'^2}x^2 + 2\frac{d^2U}{dy'dz'}y + 2\frac{d^2U}{dx'dz'}x + \frac{d^2U}{dz'^2} = 0$$