können, wenn (12) mit (11) gleichbedeutend werden soll. Denn da wir voraussetzen müssen, daß U und V keinen veränderlichen Factor mit W gemein haben, so würde dies erfordern, daß die Coordinaten x, y mit u, v einerlei, also daß die Gebilde A und B congruent seien. Unsere Aufgabe muß sich also darauf beschränken, diejenigen Systeme von Oertern ersten Grades in beiden Gebilden aufzusuchen, welche mit ihren entsprechenden einerlei sind. Wegen der Abhängigkeit von n und p werden diese aber nach einem bestimmten Gesetze auf einander folgen, also im Allgemeinen eine bestimmte Curve umhüllen, welche wir den Collineationsscheitel der beiden Gebilde nennen und zu ermitteln suchen werden.

Die Gleichung (12) stellt, wenn U, V, W Functionen des nten Grades sind, einen Ort desselben Grades dar und es muß ihm nach 4. dieser Grad auch dann noch beigelegt werden, wenn sich die höchsten Glieder nach u und v in (12) für besondere Werthe der in ihr vorkommenden constanten Größen zerstören. Zur völligen Uebereinstimmung können also (11) und (12) nur, wenn U, V, W lineare Functionen von u und v sind, gebracht werden. Indem wir aber die Identität

$$mV + nU + pW = P(mv + nu + p) \qquad (13)$$

statuiren, wo P eine rationale ganze Function von u und v bedeute, zerfällt (12) in die beiden Gleichungen

$$P = 0, \qquad (14)$$

$$mv + nu + p = 0. \qquad (15)$$

Dadurch bedingen wir also die Natur des Ortes (12) dahin, daß (11) oder (15) mit zu ihm gehöre und einen Theil von ihm ausmache. Neben (15) tritt aber unter allen Umständen der Ort (14) auf und dieser ist vom (n — 1)ten Grade, auch dann noch, wenn für zwei Coordinaten P constant wird, indem dann (14) in Punct- und Kreiscoordinaten ein System von (n — 1) Linien ersten Grades darstellt, welche im Unendlichen liegen, und für Liniencoordinaten einen (n — 1)fachen Punct, der mit dem Anfangspuncte der Coordinaten zusammenliegt. Sobald wir aber annehmen, daß P von m, n, p unabhängig sei, ändert sich mit der Lage von (11) in dem entsprechenden Orte des andern Gebildes nur (15); der Ort (14) ist eine feste Linie, welche allen durch (12) für die verschiedenen Werthe von n und p dargestellten Oertern zugleich angehört. Daher können auch die einzelnen Elemente von (14), als zum Gebild B gehörig angesehen, zu ihren entsprechenden nur feste Elemente von A haben, d. h. (14) muß die entsprechende Linie des Collineationsscheitels sein, und im Uebrigen entsprechen sich dann die Elemente der beiden Oerter (11) und (15), ohne daß jedoch je zwei entsprechende Elemente selbst zusammenliegen. Für collineare Gebilde höherer Ordnung ist dieses die einzige Form, unter welcher sie einen Collineationsscheitel zulassen.

Von den beiden Größen n und p kann jede als unabhängige Veränderliche angesehen werden; wählen wir n dafür, so ist p so zu bestimmen, daß (13) für beliebige Werthe von u und v stattfindet. Daß dabei die Form von U, V, W und P nicht mehr ganz willkürlich bleibt, ist im Voraus gewiß. Nun kann (13) in

$$m\left(\frac{V - vP}{W - P}\right) + n\left(\frac{U - uP}{W - P}\right) = - p \qquad (16)$$

übergeben. Da aber p die veränderlichen Coordinaten u und v nicht in sich einschließen kann und die Identität (16) für beliebige Werthe von n stattfinden soll, da ferner die beiden Ausdrücke, womit m und n verbunden sind, von n unabhängig sind; so müssen diese Ausdrücke für sich constant sein. Bezeichnen wir also zwei beliebige constante Größen durch a und b, so wird

$$\frac{V - vP}{W - P} = a, \quad \frac{U - uP}{W - P} = b;$$

$$p = - am - bn.$$

Vermöge der beiden ersten Bedingungen wird

$$y = a + \frac{(v - a)P}{W}, \quad x = b + \frac{(u - b)P}{W} \qquad (17)$$

und durch die letzte geht die Gleichung (11) in die Form

$$m(y - a) + n(x - b) = 0 \qquad (18)$$