über. Wenn wir p als unabhängige Veränderliche ansehen, so führt dies ganz zu demselben Resultate, weil dann n als lineare Function von p erscheint, mithin auch p eine lineare Function von n wird.

Sollen also zwei collineare Gebilde einen Collineationsscheitel haben, so müssen sie durch die Formeln (17) mit einander verbunden sein. In diesen sind $\mathbf{P}$ und $\mathbf{W}$ ganz beliebige rationale ganze Functionen von u und v, a und b aber beliebige constante Größen. Wie man dieselben auch wählen mag, so ist das System der Oerter ersten Grades aus $\mathbf{A}$, welche mit ihren entsprechenden in $\mathbf{B}$ zusammen fallen, in xy durch die Gleichung (18), in welcher n jeden beliebigen Werth annehmen kann, dargestellt. Zur Interpretation dieses analytischen Factums sondern wir unsere drei Coordinatensysteme von einander.

7. In Punctcoordinaten bedeutet (18) ein System gerader Linien, welche durch den Punct $y = a$, $x = b$ gehen. Der Collineationsscheitel ist also hier ein Punct; jeder geraden Linie des Gebildes $\mathbf{A}$, welche durch denselben geht, entspricht in $\mathbf{B}$ erstens die feste Linie (14), dann aber eine gerade Linie, welche mit jener ersteren zusammenfällt. Aus (17) folgt aber unmittelbar, daß alle Puncte der Linie (14) aus $\mathbf{B}$ zu ihren entsprechenden in $\mathbf{A}$ den Collineationsscheitel haben. Sucht man dagegen umgekehrt aus (17) zu $y = a$, $x = b$ die entsprechenden Puncte in $\mathbf{B}$, so findet man einerseits $v = a$, $u = b$, welcher Punct mit $y = a$, $x = b$ einerlei ist, und andererseits die Linie (14). Der Punct $y = a$, $x = b$ tritt also in zweifacher Natur auf; als Collineationsscheitel entspricht ihm in $\mathbf{B}$ die Linie (14); als Element der Linie (11) fällt er mit seinem entsprechenden Puncte in $\mathbf{B}$ zusammen. Bei dieser Auffassung ist (15) die entsprechende Linie von (11) vollständig; beide sind einerlei, ohne daß jedoch ihre entsprechenden Puncte, mit Ausnahme von $y = a$, $x = b$ und $v = a$, $u = b$, auf einander liegen. Hieraus erhalten wir den Satz:

„Wenn gewisse gerade Linien aus einem von zwei collinearen Gebilden in Punctcoordinaten „mit ihren entsprechenden im andern zusammenfallen, so gehen dieselben durch einen Punct, welches „auch die Ordnung der Collineation sein mag."

Verlegen wir den Anfangspunct der Coordinaten für xy und uv in den Punct ab und deuten wir die Veränderung, welche dadurch mit diesen Coordinaten, so wie auch mit $\mathbf{P}$ und $\mathbf{W}$ vorgeht, an, indem wir diese Größen accentuiren, so verwandeln sich die Formeln (17) in

$$y' = \frac{v'\mathbf{P}'}{\mathbf{W}'}, \quad x' = \frac{u'\mathbf{P}'}{\mathbf{W}'} \qquad (19)$$

und die Gleichung (18) in

$$m y' + n x' = 0.$$

In Liniencoordinaten stellt die Gleichung (18) eine continuirliche Reihe von Puncten dar, welche in der geraden Linie $y = a$, $x = b$ liegen. Der Collineationsscheitel ist also hier eine gerade Linie; jeder Punct auf ihr entspricht sich selber in beiden Gebilden und außerdem hat sie selbst die Linie (14) zu ihrer entsprechenden; d. h.

„Wenn gewisse Puncte aus einem von zwei collinearen Gebilden in Liniencoordinaten mit „ihren entsprechenden Puncten in dem andern zusammenfallen, so liegen dieselben in gerader „Linie, welches auch die Ordnung der Collineation sein mag."

Betrachten wir nur solche Gebilde, deren Collineationsachse vom ersten Grade ist, so vertauschen die Collineationsachse und der Collineationsscheitel in den beiden Systemen der Punct- und Liniencoordinaten genau ihre Bedeutung. Es ist aber eine bemerkenswerthe Erscheinung, daß, während jede beliebige Curve als Collineationsachse auftreten kann, der Collineationsscheitel immer in dem einen System ein Punct, in dem andern eine gerade Linie ist. Da dieses Resultat an keine andere Bedingung geknüpft ist, als daß die beiden collinearen Gebilde durch algebraische rationale Transformationsformeln von einander abhangen, so müssen wir hieraus schließen, daß zwei Gebilde mit krummliniger Collineationsachse aus einem von jenen Coordinatensystemen vermittelst des andern nicht auf algebraische rationale Weise ausgedrückt werden können.

In dem System der Kreiscoordinaten ist die Interpretation der Gleichung (18) nur dadurch von derjenigen, welche wir oben für Punctcoordinaten gegeben haben, verschieden, daß der Collineationsscheitel