wandtschaft; sie läßt nur unter besondern Bedingungen auch einen Scheitel zu, während dagegen zwei collineare Gebilde mit einem Scheitel niemals ohne Achse sein können. Das gegenseitige Abhängigkeitsverhältniß dieser beiden Gattungen der Verwandtschaft tritt durch folgende Betrachtung auf die einfachste Weise hervor.

Die Formeln (17), welche den allgemeinsten Ausdruck zweier collinearer Gebilde mit einem Collineationsscheitel enthalten, lassen sich in

$$y = v - \frac{(v-a)(W-P)}{W}, \quad x = u - \frac{(u-b)(W-P)}{W}$$

umformen und fallen also unter (8). Beide Gebilde haben die Collineationsachse

$$W - P = 0,$$

d. h.: Wenn zwei collineare Gebilde einer beliebigen Ordnung einen Collineationsscheitel haben, so haben sie auch eine Collineationsachse.

Es können aber wohl zwei collineare Gebilde eine Collineationsachse ohne Collineationsscheitel haben; denn die Formeln (8) gehen nur dann in (17) über, wenn

$$R = u - b, \quad S = v - a,$$

d. h. wenn die isolirten Elemente, welche die collinearen Gebilde außer der Collineationsachse gemeinschaftlich haben, sich auf ein einziges reduciren, welches dann selbst der Collineationsscheitel ist.

Ein Beispiel zu diesen beiden Sätzen bietet uns die allgemeine Collineation der ersten Ordnung dar. Mögen wir sie, wie in 5., dahin bestimmen, daß eine Collineationsachse stattfindet, oder so, daß wir einen Collineationsscheitel aufsuchen, wie wir in 9. gethan haben; immer wird die eine Eigenthümthümlichkeit zugleich mit der andern hervortreten. Daraus wird es ersichtlich, wie Hr. Magnus, indem er die Collineation der ersten Ordnung dahin specialisirte, daß beide verwandte Gebilde einen Collineationsscheitel haben sollten, bei näherer Untersuchung derselben zugleich die Collineationsachse entdecken mußte, während bei höhern Collineationen die Formeln (8) allgemeiner sind als (17).

Die isolirten Elemente zweier collinearer Gebilde mit einer Collineationsachse bestimmen sich durch die Gleichungen (6). Werden aber R und S constant, so stellen jene Gleichungen zwei Oerter dar, deren Elemente sämmtlich unendliche Coordinaten haben. Diesem Falle sind wir in den Formeln (20) begegnet und es ist dabei zu bemerken, daß nach den in 3. erörterten Principien m und n als Größen des ersten Grades angesehen werden müssen, weil beide Gebilde einen Collineationsscheitel haben sollen. Das einzige isolirte Element, zu welchem die Formeln (20) führen, liegt also für Punct- und Kreiscoordinaten im Unendlichen, und ist bei Liniencoordinaten eine durch den Anfangspunct derselben gehende gerade Linie. So verschwindet auch hier wieder jede Paradoxie, indem wir einer gleich 0 gesetzten constanten Größe die früher erläuterte geometrische Bedeutung geben. Als ich diese Ansicht zuerst aussprach, war sie das Ergebniß einer ganz abstracten Betrachtung, welche aus keiner bestimmten Anschauung hervorging, und ich konnte derselben keine besondere Wichtigkeit beilegen. Im Vorhergehenden tritt uns, wie ich glaube, die Nothwendigkeit derselben, sobald wir uns nicht auf die Anwendung homogener Gleichungen und Ausdrücke beschränken, sprechend entgegen.

Wo nur ein isolirtes Element stattfindet, kommt jeder Ort ersten Grades aus dem einen Gebilde, dem jenes Element angehört, mit seinem entsprechenden in dem andern Gebilde zur Coincidenz. Hierdurch ist uns der Weg bezeichnet, auf welchem mehre isolirte Elemente in ähnlicher Weise in Betracht gezogen werden müssen. Sind die Gleichungen (6) von höherm Grade als dem ersten, so ist es natürlich, daß wir den Complex der Elemente, welche den beiden durch sie, einzeln genommen, dargestellten Curven gemeinschaftlich sind, als Collineationsscheitel zweier solcher Gebilde ansehen. Indem wir durch alle isolirte Elemente eine Curve legen, deren Grad durch den von R und S bestimmt wird, und sie als dem einen Gebilde angehörig betrachten, suchen wir die Bedingungen auf, unter welchen sie mit ihrer entsprechenden Curve in dem andern Gebilde zusammenfällt. Bezeichnen wir durch R_1 und S_1