$$A^2 = 4 B C \sin^2 \frac{1}{2} a + (B - C)^2$$
 (1)
 $A^2 = (B + C)^2 - 4 B C \cos^2 \frac{1}{2} a$ (2)

und es wird in Buchern ebenfalls nicht bewiesen, daß sie für a > 90° gültig sind. Es sind daher auch die Hülfswinkelformeln, wenn man in (1) $\frac{4 \ B \ C \sin^2 \frac{1}{2} \ a}{(B - C)^2} =$

tang. 2 φ und in (2) $\frac{4 \ B \ C \cos ^2 \frac{1}{2} \ a}{(B + C)^2} = \cos ^2 \varphi$ fest, nur einseitig bewiesen. — Ueber die bequemste Art der Auflösung dieses Falles s. unten §. 24.

the the design and the second of the second single second single second second

Die Theorie der Rugeldreiecke pflegt man nach dem gewöhnlichen Berfahren auf folgende 3 Gleichungen, worin ebenfalls A, B, C die Seiten und a, b, c die Binkel eines beliebigen Rugeldreiecks bedeuten mogen, ju grunden:

I) \sin . A \sin . $b = \sin$. B \sin . a;

II) cos. A. = cos. B. cos. C + sin. B sin. C cos. a;

III) \cos a = \sin b \sin c \cos A. - \cos b \cos c,

Die Gleichung I. wird zwar in Buchern auch nur einseitig bewiesen aufgestellt, obs gleich der Beweis, wenn A und B den Quadranten übertreffen, auch nach der gewöhnlichen Methode leicht ist. Viele halten es aber für einen Gewinn für die Wissenschaft (?) — für den Unterricht ist es gewiß keiner, — nach der Methode von de Gua die Gleichung I. aus der II. "abzuleiten" (eigentlich zwar sinnreich, aber auch sehr unnatürlich und geswaltsam herauszuarbeiten), um mit den Franzosen zu sagen, daß alle Gleichungen der sphär. Trig. dieser einzigen abgezwungen werden können. Abgesehen von dem etwas seltsamen Berkahren wird der "Gewinn" nach Betrachtung der Gleichung II. sich ermeffen lassen (§. 14.)

14.

Die Gleichung II. wird in Buchern nur fur Rugeldreiecke bewiesen, deren Seiten und Winkel (90° sind und gilt in der Gestalt, wie sie gewöhnlich aufgestellt wird, auch für keine andern; sie ist daher einseitig. Run behauptet man zwar, daß sie für andere Fälle gultig sen, wenn man die erforderliche Umtauschung der Zeichen vor den Cosinus vornehme. Ob solche Behauptung vor dem strengen Richterstuhle der Mathematik als Beweis gelten könne, nuß zwar eines Jeden Urtheile überlassen werden; der Berf. bezweiselt es mit allen Denjenigen, welche viele Mühe und Scharssinn angewendet haben, um die allgemeinere Gultigkeit dieser sehr wichtig scheinenden Gleichung durch andere Beweisarten darzuthun, welche in Lehrbücher wohl darum nicht übergetragen worden sind, weil wegen ihrer Weitsschweisigkeit und Dunkelheit schwerlich zu hoffen ist, daß sie je werden bei dem Unterrichte gebraucht werden können. — Wenn nun in Büchern die Einseitigkeit dieser Gleichung anserkannt, aber eben sie auch zugleich als Fundament der ganzen sphär. Trigon, angenommen wird, so muß man auch annehmen, daß die ganze Theorie derselben nur als ein gleichsam einseitiges Gebäu gelten soll! — Daß dieselbige aber als gebrechliches Fundament dieser so wichtigen Wissenschaft ganz unnöthig sen, wird aus dem 2ten Abschnitte klar werden.