1) Aus N. 2 und 5, oder 3 und 6

$$\cos. \tfrac{1}{2} (a + b + c) \cos. \tfrac{1}{2} (b + c - a) = \sin. b \sin. c \sin.^2 \tfrac{1}{2} A.$$

2) Aus N. 7 und 10, oder 9 und 11

$$\cos. \tfrac{1}{2} (a + c - b) \cos. \tfrac{1}{2} (a + b - c) = \sin. b \sin. c \cos.^2 \tfrac{1}{2} A.$$

3) Aus N. 14 und 17, wie aus N. 15 und 18

$$\sin. \tfrac{1}{2} (A + B + C) \sin. \tfrac{1}{2} (B + C - A) = \sin. B \sin. C \cos.^2 \tfrac{1}{2} a.$$

4) Aus N. 19 und 22, wie aus N. 21 und 23

$$\sin. \tfrac{1}{2} (A + C - B) \sin. \tfrac{1}{2} (A + B - C) = \sin. B \sin. C \sin.^2 \tfrac{1}{2} a.$$

Die ihnen ähnlichen auf gleiche Weise. Wie leicht sich diese Gleichungen durch Construction beweisen lassen, ist unter andern ein Beispiel gegeben in Crelle's Journal d. M. Bd. 10. S. 149. — Wie sich aber die Gleichungen für 5 Stücke aus denen §. 29. kurz finden lassen, bedarf der Nachweisung nicht.

31.

Wiewohl der Verf. nicht ermangelt hat, für die 2 Fälle, wo α) C aus A, B, c und β) c aus a, b, C berechnet werden soll, je 4, so viel er weiß, neue, als allgemein gültig bewiesene und unzweideutige Hülfswinkelformeln anzugeben (Crelle's Journal f. Math. ꝛc. Bd. 10 S. 150 ꝛc.), so geschah es dort nur, um nachzuweisen, wie die vorgetragene Methode auch die Wünsche Derjenigen nicht unbefriediget lasse, welche dergleichen Hülfswinkelformeln für zweckmäßig halten. Aber sie können, wie dem Verf. scheint, entbehrt und der Zeitaufwand ihrer Bildung erspart werden. Denn wenn man mittelst der Neperschen Analogien im erstern Falle α) $\frac{1}{2}$ (a — b) und dann $\frac{1}{2}$ C nach §. 27 N. V oder VI; im zweiten β) $\frac{1}{2}$ (A — B) und dann $\frac{1}{2}$ c nach §. 27 N. VI oder VII berechnet, so erhält man ebenfalls unzweideutige und hinlänglich genaue Ergebnisse, wie schon an jenem Orte angedeutet worden ist.

32.

In Hinsicht der **Zweideutigkeit** der Resultate wird nun auch einleuchten, daß die einzige Gleichung: $\sin. A \sin. b = \sin. B. \sin. a$, (oder ähnliche) übrig bleibt, bei deren Gebrauche solche statt finden kann. Allein aus der Betrachtung in der mehrmal angeführten Abhandlung in Crelle's Journal ꝛc. wird leicht klar, daß jene auf nur 4 speciellere Fälle sich beschränkt, als gewöhnlich in Büchern angegeben werden.

Um dieses nachzuweisen sey $A > B$, $a > b$. Ist $(A + B) = 180°$, so ist auch $(a + b) = 180°$ und umgekehrt, mithin das Gesuchte nie zweideutig; es kann daher nur in den Fällen seyn, wo $(A + B)$ oder $(a + b) <$ oder $> 180°$. Nach jener Methode aber geht deutlich hervor, daß

1) wenn $(A + B) < 180°$ ist, b allemal $< 90°$ seyn muß, mithin nur für den größern W. a, wenn er gesucht wird, 2 Werthe möglich sind;

2) wenn $(A + B) > 180°$, wo auch allemal $(a + b) > 180°$ ist und umgekehrt, der W. a allemal $> 90°$ seyn muß, daher nur der gesuchte kleinere b der Zweideutigkeit unterworfen seyn kann;