weil die beiden in Betracht kommenden Übersetzungen d:c und c:a sind. Im ganzen hat also a jetzt schon $1+\frac{d}{a}$ Umgänge gemacht. Vermöge des Radpaares e, f hat aber g während der genannten nachträglichen Korrekturdrehung ebenfalls eine Drehung gemacht, und zwar auch im Zeigersinn und im Betrage von $\frac{d}{c}\cdot\frac{c}{e}\cdot\frac{f}{g}=\frac{df}{eg}$ Drehungen, so daß seine Gesamtbewegung einschließlich der anfänglichen Ganzdrehung $1+\frac{d\cdot f}{e\cdot g}$ Umgänge umfaßt, wie aus Abb. 2 leicht hervorgeht. Damit erhalten wir das gewünschte Ergebnis: Bei $1+\frac{d}{a}$ ganzen Drehungen von a finden $1+\frac{d\cdot f}{e\cdot g}$ Umgängen von g statt, und die Übersetzung zwischen beiden, also zwischen Ketten- und Minutenrad, beträgt:

$$\frac{n_g}{n_a}=\frac{1+\frac{df}{eg}}{1+\frac{d}{a}} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die n bedeuten die Umlaufszahlen in einer bestimmten Zeit. Das gilt also für die feststehende Motorrolle d.

Der benutzte Kunstgriff der Zerlegung der Bewegung in eine erstmalige Ganzdrehung und eine weitere korrigierende Rückdrehung des fest gedachten Rades d ist erlaubt, weil die Drehbewegungen unabhängig voneinander erfolgen. Er ist charakteristisch für die Behandlung jeglichen Umlaufgetriebes.

Dem Ablauf des Werkes folgt aber einmal der Aufzug, und wir kommen somit zur zweiten Frage:

2. Wie groß ist die Übersetzung zwischen der Motorrolle d und der Kettennuß a bei stillstehendem Werk, d. h. bei Unbeweglichkeit des Rades g? Denn von seinem geringen Fortschreiten während des kaum $^1/_4$ Minute dauernden Aufzuges dürfen wir doch wohl absehen. Wir greifen also wieder auf unseren bekannten Kunstgriff zurück und drehen das ganze Gebilde einmal herum, diesmal aber zur Abwechselung gegen den Zeigersinn, weil es sich um eine Aufzugsbewegung handelt, die das Gewicht nach oben befördern soll. Hierbei haben sämtliche Räder eine ganze Drehung gemacht, auch das Rad g, das ja stehenbleiben sollte; wir müssen es also jetzt im Zeigersinn zurückdrehen und erkennen aus der Abbildung, daß d bei dieser Zusatzdrehung $\frac{g}{f}\cdot\frac{e}{c}\cdot\frac{c}{d}$ Umgänge macht, und zwar gegen den Zeigersinn, also im gleichen Sinne wie die erstmalige Gesamtdrehung. Rad a aber vollführt zu gleicher Zeit $\frac{g}{f}\cdot\frac{e}{c}\cdot\frac{c}{a}$ Umläufe im Zeigersinn. Somit beträgt die Übersetzung zwischen Motorrolle und Kettenrad:

$$\frac{n_a}{n_d}=\frac{1-\frac{g\cdot e}{f\cdot a}}{1+\frac{ge}{fd}} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Damit wären die gewünschten Übersetzungen, die manchmal recht falsch angegeben werden, auf verhältnismäßig einfache Weise festgestellt. Zu bemerken wäre schließlich noch, daß zwischen den Halbmessern und somit nach (1) auch zwischen den Zahnzahlen der drei zusammenarbeitenden Räder a, c und d die Beziehung gelten muß:

$$d+2c=a. \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Ein Blick auf Abb. 2 zeigt das sofort.

Nun ein einfaches Zahlenbeispiel, das die Art zeigt, wie man die Übersetzungsformeln (2) und (3) anwenden kann: Die Motorrolle d möge beim Aufzuge 720 Umdrehungen in der Minute machen; g dreht sich als Minutenrad natürlich einmal je Stunde. Wir wollen die Zahnzahlen so wählen, daß sich das Kettenrad beim Aufzuge 30mal langsamer dreht als die Riemenrolle, daß sie also je Minute 24 oder je Sekunde 0,4 Umläufe macht. Dann muß also sein:

$$\frac{n_a}{n_d}=\frac{1}{30}=\frac{1-\frac{ge}{fa}}{1+\frac{ge}{fd}}.$$

Weiter möge die Übersetzung zwischen Kettenrad a und dem Minutenrad g 1:1 betragen, was die Anwendung eines leichten Gewichtes ermöglicht. Somit muß weiter sein:

$$\frac{n_g}{n_a}=\frac{1}{1}=\frac{1+\frac{df}{eg}}{1+\frac{d}{a}}.$$

Wir verfügen über die vier zu wählenden Zahnzahlen a, d, e·g und f, denen bloß zwei Gleichungen gegenüberstehen, so daß wir also frei wählen können. Bemerkenswert ist, daß e und g nicht für sich, sondern nur als Produkt e·g vorkommen und die Zahnzahl des Rades c überhaupt nicht in Frage kommt; sie hat später bloß die Bedingung (4) zu erfüllen.

Was nun kommt, ist nicht viel mehr als Probieren, bis passende Zahnzahlen gefunden sind. Da die Übersetzungen $\frac{1}{30}$ und $\frac{1}{1}$ nicht streng eingehalten zu werden brauchen, so gelingt die Sache verhältnismäßig leicht. Wir wollen den Leser hier nicht mit Zahlenspielerei aufhalten, sondern bloß ein Resultat anführen und ihm die Auffindung anderer überlassen, falls er an diesem Rätsel Geschmack findet.

Passende Zahnzahlen sind z. B. folgende: $a=63$; $c=21$; $d=21$; $e=12$; $f=8$; $g=37$. Man beachte, daß $d+2c=a$ ist, wie es nach Gleichung (4) sein muß. Es ergibt sich für die Übersetzung vom Ketten- zum Großbodenrad 0,967:1 und von der Schnurrolle zum Kettenrad 30,6:1. Diese Zahlen stimmen mit den geforderten gut überein. Nebenbei sei bemerkt, daß die Scheibe b beim Aufzuge je eine Umdrehung gegen den Zeigersinn bei 3,64 Umläufen der Schnurrolle d macht, beim Ablauf aber 3 Umgänge bei 4 des Kettenrades, diesmal im Zeigersinn. Wer Lust verspürt, möge diese Zahlen nachprüfen; ein wenig praktisches Verständnis genügt dazu.

Die große Übersetzung vom Gewicht zum Motor verhindert, daß der letztere durch den Gewichtszug in Gang gesetzt werden kann, wodurch das Gesperr überflüssig wird.

Daß das Rad g und damit das Werk während des Aufzuges weiter getrieben und damit eine Gegensperre entbehrlich wird, liegt im Charakter des Umlaufgetriebes. Die in den Eingriffen der Räder wirkenden und in Abb. 2 eingezeichneten Kräfte K wirken nämlich sowohl bei ruhendem Motor wie beim Aufzuge. K_1 ist natürlich gleich dem Gewicht P; K_2 aber berechnet sich daraus, daß sich beim Aufzug die Drehmomente von a und d umgekehrt wie die Drehzahlen verhalten müssen:

$$K_2\cdot d : K_1\cdot a = 1:30{,}6$$

oder:

$$K_2 = K_1\cdot\frac{a}{d}\cdot\frac{1}{30{,}6}=0{,}098\cdot P.$$