# Vorschule der Trigonometrie.

Von **A. Vogler**, München.

(7. Fortsetzung.)

Bei Benutzung der „vollständigen" Tafel wird die Zwischenwerts-Berechnung noch einfacher, denn man braucht nur D. 1′ mit der Zahl der überschüssigen Minuten zu multiplizieren. Nachfolgend ein Ausschnitt aus ihr:

| G. | M. | Tang. | D. 1′ | Cotg. | D. 1′ | ′ | ° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **36** | 40 | 0,744 47 | 45,3 | 1,343 23 | 81,2 | 20 | |
| | 50 | 0,749 00 | 45,5 | 1,335 11 | 80,7 | 10 | |
| **37** | 0 | 0,753 55 | 45,7 | 1,327 04 | 80,0 | 0 | **53** |
| | 10 | 0,758 12 | 46,0 | 1,319 04 | 79,4 | 50 | |
| | 20 | 0,762 72 | 46,1 | 1,311 10 | 78,8 | 40 | |
| | 30 | 0,767 33 | 46,3 | 1,303 23 | 78,2 | 30 | |
| | 40 | 0,771 96 | 46,5 | 1,295 41 | 77,6 | 20 | |
| | 50 | 0,776 61 | 46,7 | 1,287 64 | 77,0 | 10 | |
| **38** | 0 | 0,781 29 | 46,9 | 1,279 94 | 76,4 | 0 | 52 |
| | 10 | 0,785 98 | 47,2 | 1,272 30 | 75,9 | 50 | (51) |
| ° | ′ | Cotg. | D. 1′ | Tang. | D. 1′ | M. | G. |

3. Beispiel: a) $\sphericalangle\, \alpha = 38^\circ 4'$; $\tan \alpha = ?$
b) $\sphericalangle\, \alpha = 52^\circ 36'$; $\tan \alpha = ?$

a) $\tan 38^\circ 0' = 0{,}78129$;
$+$ D. für $4' = 187{,}6$;
$\tan 38^\circ 4' = 0{,}78317$;

b) $\tan 52^\circ 30' = 1{,}30323$;
$+$ D. für $6' = 472{,}8$;
$\tan 52^\circ 36' = 1{,}30796$.

4. Beispiel: a) $\sphericalangle\, \alpha = 37^\circ 27'$; $\cot \alpha = ?$
b) $\sphericalangle\, \alpha = 53^\circ 15'$; $\cot \alpha = ?$

a) $\cot 37^\circ 20' = 1{,}31110$;
$-$ D. für $7' = 551{,}6$;
$\cot 37^\circ 27' = 1{,}30558$;

b) $\cot 53^\circ 10' = 0{,}74900$;
$-$ D. für $5' = 226{,}5$;
$\cot 53^\circ 15' = 0{,}74673$.

Die D. wird bei tan addiert, bei cot subtrahiert, wofür wir den Grund kennen. Ueber die diesbezügliche Behandlung der D. kann niemals ein Zweifel bestehen, da wir aus der Tafel deutlich ersehen, ob die Zahlen mit wachsendem Winkel zu- oder abnehmen.

5. Beispiel: In Dreieck Fig. 1 war $\sphericalangle\, a = 3$ cm; $b = 4$ cm; $c = 5$ cm; und daher $\tan \alpha = 0{,}75$; $\cot \alpha = 1{,}33333$. Daraus soll die genaue Grösse des $\sphericalangle\, \alpha$ bestimmt werden.

a) $\tan \alpha = 0{,}75$; $\sphericalangle\, \alpha = ?$

$\tan \alpha = 0{,}75$;
$\tan 36^\circ 50 = 0{,}74900$;
D. $= 0{,}00100$
D. für $1' = 45{,}5$
$100 : 45{,}5 = 2{,}2'$;
$\sphericalangle\, \alpha = 36^\circ 50' + 2{,}2' = 36^\circ 52{,}2'$;

$\tan 37^\circ = 0{,}75355$;
$\tan \alpha = 0{,}75$;
D. $= 0{,}00355$
D. für $1' = 45{,}5$
$355 : 45{,}5 = 7{,}8'$;
$\sphericalangle\, \alpha = 37^\circ - 7{,}8' = 36^\circ 52{,}2'$.

b) $\cot \alpha = 1{,}33333$; $\sphericalangle\, \alpha = ?$

$\cot 36^\circ 50' = 1{,}33511$;
$\cot \alpha = 1{,}33333$;
D. $= 0{,}00178$
D. für $1' = 80{,}7$
$178 : 80{,}7 = 2{,}2$;
$\sphericalangle\, \alpha = 36^\circ 50' + 2{,}2' = 36^\circ 52{,}2'$;

$\cot \alpha = 1{,}33333$;
$\cot 37^\circ = 1{,}32704$;
D. $= 0{,}00629$
D. für $1' = 80{,}7$
$629 : 80{,}7 = 7{,}8'$;
$\sphericalangle\, \alpha = 37^\circ - 7{,}8' = 36^\circ 52{,}2'$.

Auch diesmal möchte ich die Leser einladen, das Dreieck Fig. 1 so zu wenden, dass es wie Fig. 4 II liegt und dann die Berechnung wie in Beispiel 5, aber von $\sphericalangle\, \beta$ ausgehend, auszuführen. (Als Komplementwinkel muss er $53^\circ 7{,}8'$ messen.)

Schliesslich haben wir noch die Frage zu beantworten: **Wie bestimmt man die Funktionen für Winkel mit mehr als 90°?**

Für unsere Bedürfnisse kommen nur Winkel zwischen 90° und 180° in Betracht. Es genügt für unseren Zweck (die goniometrische Veranschaulichung und Begründung muss ich mir als zu weitführend versagen) die Regel: Man stellt fest, um **wieviel Grad der gefragte Winkel kleiner ist als 180°. Die Funktionen für die Graddifferenz zwischen dem gefragten Winkel und 180° gelten.**

Beispiel: Der Winkel 128° ist um 52° kleiner als 180°. Für den Winkel 128° gelten die gleichen Funktionen wie für den Winkel von 52°. (Der Winkel 143° hat die gleichen Funktionen wie jener von 37° usw.)[1]. —

Leider macht es die gegenwärtige Geschäftslage unmöglich, die Ausführungen über die Funktionen durch den Abdruck einer vollständigen „Tafel der natürlichen trigonometrischen Zahlen" (enthalten in Sieverts „Leitfaden für die Uhrmacherlehre") zum Abschluss zu bringen. Durch diesen Mangel wird indes das Verständnis des Folgenden in keiner Weise erschwert, sondern wir müssen lediglich auf die Uebung im Aufschlagen der Tafel verzichten. —

## V. Zusammenstellung der trigonometrischen Formeln über das rechtwinkelige Dreieck.

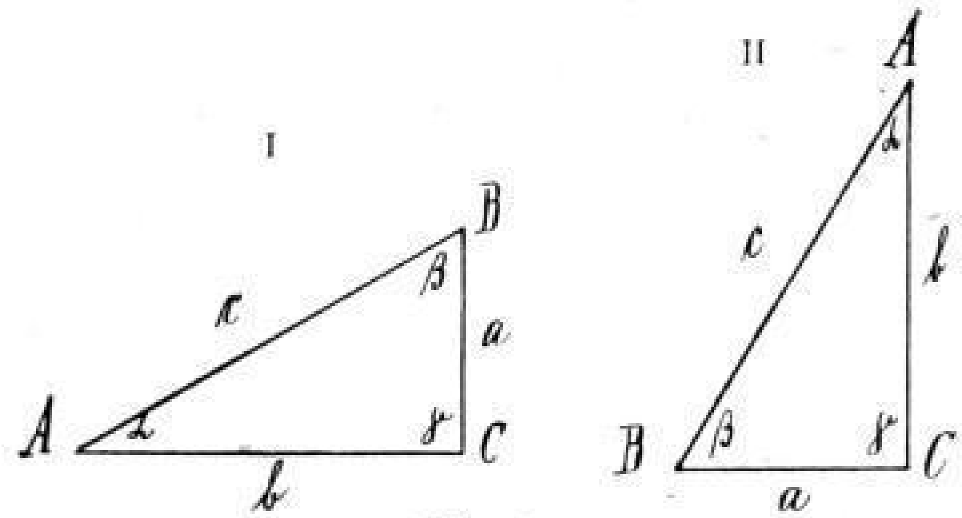


Fig. 4.

| Fall | Gegeben | Gesucht | Formel |
|---|---|---|---|
| I | | $\alpha$ | $\sin \alpha = \frac{a}{c}$; |
| 1. | $a, c$ | $\beta$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$; $(\beta = 90^\circ - \alpha)$; |
| | | $b$ | $b = c \cdot \sin \beta$; $b = c \cdot \cos \alpha$. |
| | | $\alpha$ | $\cos \alpha = \frac{b}{c}$; |
| 2. | $b, c$ | $\beta$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$; $(\beta = 90^\circ - \alpha)$; |
| | | $a$ | $a = c \cdot \sin \alpha$; $a = c \cdot \cos \beta$ |
| | | $\alpha$ | $\tan \alpha = \frac{a}{b}$; $\cot \alpha = \frac{b}{a}$; |
| 3. | $a, b$ | $\beta$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$; $\cot \beta = \frac{a}{b}$; $(\beta = 90^\circ - \alpha)$; |
| | | $c$ | $c = a : \sin \alpha$; $c = a : \cos \beta$; $c = b : \sin \beta$; $c = b : \cos \alpha$. |
| II 1. | $c, \alpha$ | $\beta$ | $\beta = 90^\circ - \alpha$; |
| | | $a$ | $a = c \cdot \sin \alpha$; |
| | | $b$ | $b = c \cdot \cos \alpha$. |
| 2. | $b, \alpha$ | $\beta$ | $\beta = 90^\circ - \alpha$; |
| | | $a$ | $a = b \cdot \tan \alpha$; |
| | | $c$ | $c = b : \cos \alpha$. |
| 3. | $a, \alpha$ | $\beta$ | $\beta = 90^\circ - \alpha$; |
| | | $b$ | $b = a \cdot \cot \alpha$; |
| | | $c$ | $c = a : \sin \alpha$. |
| III 1. | $c, \beta$ | $\alpha$ | $\alpha = 90^\circ - \beta$; |
| | | $a$ | $a = c \cdot \cos \beta$; |
| | | $b$ | $b = c \cdot \sin \beta$. |
| 2. | $b, \beta$ | $\alpha$ | $\alpha = 90^\circ - \beta$; |
| | | $a$ | $a = b \cdot \cot \beta$; |
| | | $c$ | $c = b : \sin \beta$. |
| 3. | $a, \beta$ | $\alpha$ | $\alpha = 90^\circ - \beta$; |
| | | $b$ | $b = a \cdot \tan \beta$; |
| | | $c$ | $c = a : \cos \beta$. |

1) Lediglich der Vollständigkeit halber sei angeführt: Für Winkel zwischen 180° und 270° sind für die Funktionen die über 180° gehenden Grade, für Winkel zwischen 270° und 360° die unter 360° bleibenden Grade massgebend. Winkel 218° hat demnach die Funktionen des Winkels 38°, Winkel 307° jene des Winkels 53°.