G das Gewicht des Pendels, l sein Schwerpunktsabstand und T seine Schwingungsdauer in Sekunden. Unter ungünstigen Umständen ergibt sich etwa eine Seitenkraft von 10 mg, ein Wert, der für so feine Apparate nicht ohne weiteres beiseite geworfen werden kann. Eigenartig ist, daß diese Störungskraft P das Pendel auf der nördlichen Halbkugel immer nach der rechten Seite abzulenken sucht, wenn man in der Bahnebene in die Richtung der Bewegung sieht (Abb. 4), und daß es ferner ganz gleichgültig ist, in welcher Himmelsrichtung die Schwungebene gelegen ist.

Die Kraft P, die natürlich auch die Ursache der Foucaultschen Pendelbewegung ist, muß von der Aufhängung sicher aufgenommen werden können, was ja auch bei den bekannten Konstruktionen leicht erreicht wird, weil die obere Federklemmung an einem dicken Stift oder Zapfen hängt, dessen Bremsreibung ausreicht, um P wirksam zu begegnen. Aber gerade in der Existenz dieser beiden starken oberen und unteren Stifte (Abb. 5) besteht die Gefahr, daß die Pendelfeder in einer Lage bleibt, die in der Abbildung in extremer Weise zur Darstellung gebracht ist. In solchem Fall kann natürlich von einem gesunden Arbeiten der Feder keine Rede sein, und es gelang mir in einem Falle, die Schieflage der Federkonstruktion an dem eigentümlichen Spiel eines Lichtreflexes auf der Pendellinse zu erkennen. Der Winkel α braucht nur ganz klein zu sein und kann trotzdem sehr störend wirken. Welchen Wert er ungefähr anzunehmen vermag, zeigt folgende Ueberlegung. Ein belasteter Zapfen, wie der in Abb. 5 eben skizzierte, gebraucht zu seiner Drehung ein gewisses Moment, damit die Reibung überwunden wird. Bezeichnet man den Reibungskoeffizienten des oberen Zapfens auf seinen Auflagerflächen mit μ, so ergibt sich leicht, daß der Winkel α allerhöchstens folgenden Wert annehmen kann:

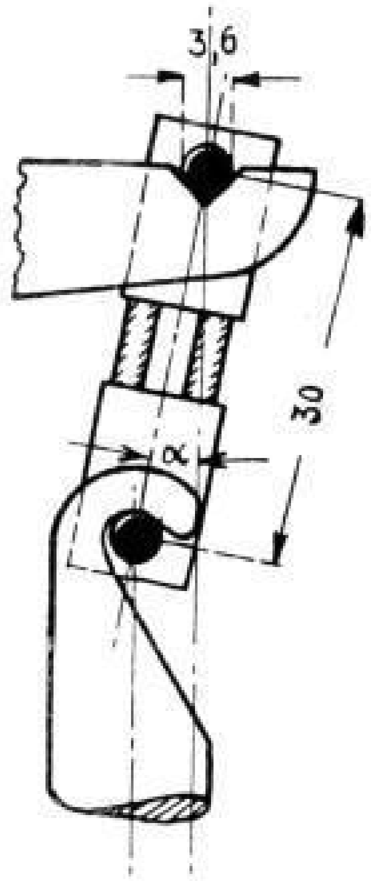

Abb. 5

$$\alpha = \frac{2 \cdot \mu \cdot r \cdot \sqrt{2}}{(1 + \mu^2) \cdot l} \text{ Bogeneinheiten.}$$

Den Beweis ersparen wir uns. Setzen wir μ hoch an, etwa gleich 0,2, d. h. schätzen wir die Reibungskraft zum Verschieben der Last auf $^1/_5$ des Lastbetrages, so kommt für $r = 1{,}8$ und $l = 30$ mm als maximaler Winkel:

$$\alpha = \frac{2 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}41}{1{,}04 \cdot 30} = 0{,}0326 \text{ Bogeneinheiten,}$$

$$= 57{,}3 \cdot 0{,}0326 = 1{,}87 \text{ Bogengrade.}$$

Das ist kein unbeträchtlicher Wert und man sieht, wie nötig es ist, den oberen Tragstift nicht direkt in eine Kerbe zu legen, sondern auf Schraubenspitzen ruhen zu lassen, wie es ja auch bei feineren Werken gewöhnlich geschieht (Abb. 6). Nun besteht freilich wieder die Gefahr von Querschwingungen des ganzen Pendels; man darf also die Tragstifte nicht zu spitz machen.


Abb. 6

Schließlich noch eine ganz besonders wichtige Sache, nämlich der sogenannte Pendeldrehpunkt. Man spricht sorglos von ihm, ohne sich klar Rechenschaft abzulegen wo er eigentlich zu suchen ist. Zunächst kann bei Federaufhängung vom Drehpunkt natürlich überhaupt nicht geredet werden; eine schärfere Untersuchung mit den Mitteln der Elastizitätstheorie aber zeigt, daß es in der Tat einen festen Punkt p gibt (Abb. 2), in dem die Verlängerung der Pendelstangenmitte durch die Mittellinie *MM* geht, wobei freilich hinreichend kleine Ausschläge vorausgesetzt sind. Da das obere Stangenende oder mit anderen Worten die untere Federklemmung bei so kleinen Ausschlägen fast gar keine Auf- und Abbewegung macht, sondern beinahe wagerecht läuft, so ist man tatsächlich berechtigt, diesen Punkt p als den „ideellen", d. h. gedachten Pendeldrehpunkt aufzufassen. Seine Lage läßt sich auch auf einigen Umwegen berechnen; das Resultat der Ueberlegungen gipfelt in der Formel:

$$x = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{e^{\sqrt{a}\,l} - 1}{e^{\sqrt{a}\,l} + 1} \text{ cm,}$$

worin $a = \frac{G}{EJ}$ und G das Pendelgewicht in Kilogramm, E der Elastizitätsmodul des Federstahles in Kilogramm je Quadratzentimeter, $J = \frac{bh^3}{12}$ das äquatoriale Trägheitsmoment des Federquerschnitts (b die Breite beider Federn zusammen und h ihre Dicke), $e = 2{,}718$ die Grundzahl der natürlichen Logarithmen und l die Federlänge in Zentimetern ist.

Ein Rechenbeispiel soll uns die Lage von x klarmachen. Z. B. sei $G = 6$ kg, E in bekannter Weise für Federstahl 2200000 kg je Quadratzentimer (E ist diejenige Zahl, die man in die Zugspannung, die die Feder erleidet, hineindividieren muß, wenn man ihre elastische Verlängerung je Zentimeter Länge erhalten will), $l = 0{,}5$ cm, $b = 0{,}7$ cm und $h = 0{,}01$ cm. Dann wird:

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{G}{E \cdot J}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 12}{2200000 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}01^3}} = \sqrt{46{,}8} = 6{,}84.$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{6{,}84} = 0{,}146 \text{ cm. Ferner:}$$

$$\sqrt{a} \cdot l = 6{,}84 \cdot 0{,}5 = 3{,}42; \text{ und:}$$

$$\log e^{\sqrt{a} \cdot l} = \sqrt{a} \cdot l \cdot \log e = 3{,}42 \cdot 0{,}4343 = 1{,}48,$$

$$1{,}48 = \log 30{,}2. \text{ Also:}$$

$$e^{\sqrt{a}\,l} = 30{,}2. \text{ Folglich:}$$

$$\mathbf{x = 0{,}1463 \cdot \frac{29{,}2}{31{,}2} = 0{,}137 \text{ cm.}}$$

Läge der Drehpunkt auf ein Drittel der Federlänge, wie meistens angenommen wird, so müßte $x = \frac{0{,}5}{3} = 0{,}167$ cm lang sein.

Interessant ist noch folgendes: Bei einem sehr schweren Pendel an sehr schwacher Feder würde a sehr groß werden, da G eben groß und J klein wäre. In solchem Falle könnte man die 1 gegen $e^{\sqrt{a}\,l}$ vernachlässigen und einfach setzen:

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{E \cdot J}{G}} \text{ cm,}$$

was in unserem Falle 0,146 cm ausmachte. x_1 ist also der kleinste mögliche Wert von x, der die höchste mögliche Drehpunktlage kennzeichnet, wie sie in der Praxis natürlich nie voll erreicht wird.

Wäre andererseits das Pendel leicht und die Feder relativ stramm, wie es bei gewöhnhnlichen Uhren ungefähr der Fall ist, so würde $\sqrt{a} \cdot l$ zu einer kleinen Zahl, besonders bei geringer Federlänge und eine kurze Ueberlegung, die ich mir hier schenke, zeigt, daß dann x dem Grenzwert $l/2$ zustrebt. Mit anderen Worten: Die tiefste Lage, die der Pendeldrehpunkt annehmen kann, liegt in der Federmitte.

Zum Schluß muß noch auf einen Uebelstand hingewiesen werden, und das ist die große Zugbeanspruchung des Materials der Aufhängefeder. Außer dem Gewicht hat