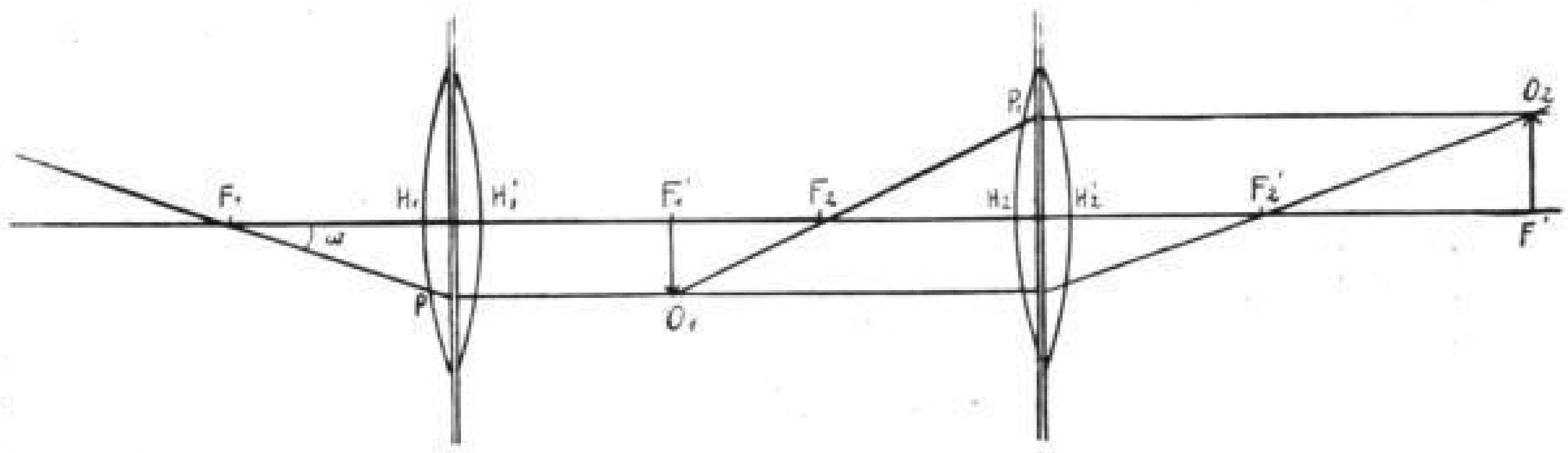
Der Uhrmacher-Optiker

Die Brechung des Lichts

[Schluß]

Auf S. 101 haben wir die Bildentfernung und Bildgröße eines durch eine Linse abgebildeten Gegenstandes berechnen gelernt und als grundlegende Formeln gefunden: für Bildentfernung: $B = A + D$, für Bildgröße: $\beta = \alpha\, A/B$. Nicht immer haben wir es aber mit einfachen Linsen zu tun, sondern meistens begegnen wir in der Optik Systemen, deren einzelne Linsenentfernungen meßbar sind. Es handelt sich heute für uns darum, die Abbildungsentfernung und die Bildgröße eines Systems zu berechnen. Wir vergegenwärtigen uns zu diesem Zweck eine Abbildung, die uns aus verschiedenen Besprechungen schon bekannt ist. Wenn wir unsere Abbildung betrachten, so ist uns die konstruktive Auffindung des Bildes $F'O_2$ aus den vorher angezogenen Abhandlungen schon geläufig. Ein aus unendlicher Entfernung auftreffender Strahl trifft die optische Achse unseres Systems im dingseitigen Brennpunkt der ersten Linse unter dem Winkel w. Von diesem Strahl wissen wir, daß er von dem Objekt im bildseitigen Brennpunkt der Linse F'_1 seinen Bildpunkt hat. Die Berechnungen dieses Bildes werden nach den oben angeführten Formeln getätigt. Von diesem Bild werden zwei Strahlen auf die zweite Linse projiziert, deren einer parallel zur optischen Achse läuft, und die Linse bricht ihn zu ihrem bildseitigen Brennpunkt hin F'_2, während der andere durch den dingseitigen Brennpunkt F_2 geht und von P_1 parallel zur optischen Achse weiterläuft. Den Schnittpunkt der beiden Strahlen ergibt der eigentliche Bildpunkt O_2, der im Brennpunkt des gesamten Systems liegt, da wir ja einen Gegenstand in unendlicher Entfernung vorausgesetzt hatten. Soweit die konstruktive Auffindung des endgültigen Bildes. Zur rechnerischen Auffindung ist uns bekannt, daß die Scheitelpunkte der Linsen keine Rolle spielen, warum auch nur die Hauptpunkte in der Abbildung angeführt sind. Zur einfacheren Berechnung wollen wir die Entfernung des bildseitigen Brennpunktes F'_1 der ersten Linse bis zum dingseitigen F_2 der zweiten Linse mit E bezeichnen; das durch die erste Linse abgebildete Bild $F'_1\,O_1$ bezeichnen wir mit β und das endgültige Bild $F'O_2$ mit β'.



Wenn wir als weitere Voraussetzung die schon besprochene Formel: $\beta/f_1 = \mathrm{tg}\, w$ annehmen, so können wir mit unserer Berechnung beginnen, indem wir die beiden Dreiecke $F'_1\,O_1\,F_2$ und $H_2\,P_1\,F_2$ als ähnliche gegenüberstellen. Die einzelnen Abschnitte dieser Dreiecke können wir dann als Proportion verwerten:

$$F'_1\,O_1 : H_2\,P_1 = F'_1\,F_2 : H_2\,F_2.$$

Da nach der Konstruktion aber $H_2\,P_1 = F'\,O_2$ ist, können wir auch schreiben: $F'_1\,O_1 : F'\,O_2 = F'_1\,F_2 : H_2\,F_2$.

Wenn wir nun die in unserer Voraussetzung angeführten Benennungen einsetzen, so erhalten wir die vereinfachte Proportion: $\beta : \beta' = E : f_2$

oder aufgelöst: $\beta' = \beta \times f_2/E$.

Da wir nach der Voraussetzung wissen, daß sich die Größe des Bildes eines weit entfernten Objektes, der Brennweite und dem Tangens des Winkels w proportional sind, so können wir schreiben: $\beta/f_1 = \mathrm{tg}\, w$.

In demselben Verhältnis müssen sich nun auch die Bildgröße nach Durchlaufen des ganzen Systems mit der Brennweite desselben und demselben Tangens proportional sein. Es ist also auch: $\beta'/f = \mathrm{tg}\, w$.

Da wir nun zwei unbekannte Größen einer dritten gleichgesetzt haben, müssen auch diese beiden Größen untereinander gleich sein. Es ist demnach auch: $\beta/f_1 = \beta'/f$.

Für β'/f setzen wir die oben gefundene Lösung ein und erhalten:

$$\frac{\beta \times f_2}{E \times f} = \frac{\beta}{f_1}.$$

Die Gleichung durch β dividiert, ergibt:

$$\frac{f_2}{E \times f} = \frac{1}{f_1} \text{ oder } \frac{1}{f} = \frac{E}{f_1\,f_2} = \frac{E}{-f'_1\;-f'_2},$$

demnach ist: $1/f' = -E/f'_1\,f'_2$.

Für den Abstand der beiden sich zugekehrten Hauptpunkte H'_1 und H_2 setzen wir den griechischen Buchstaben δ und erhalten:

$$\delta = H'_1\,H_2 = H'_1\,F'_1 + F'_1\,F_2 + F_2\,H_2,$$
$$\delta = f'_1 + E + f'_2,$$
$$-E = f'_1 + f'_2 - \delta,$$
$$1/f' = -E/f'_1\,f'_2,$$
$$\frac{1}{f'} = \frac{f'_1 + f'_2 - \delta}{f'_1\,f'_2} = \frac{f'_1}{f'_1\,f'_2} + \frac{f'_2}{f'_1\,f'_2} - \frac{\delta}{f'_1\,f'_2}$$

oder vereinfacht: $1/f' = 1/f'_1 + 1/f'_2 - \delta \times 1/f'_1\,f'_2$.

Setzen wir nun statt der reziproken Werte die positiven Werte ein, die uns bei der Dioptrierechnung schon begegneten, so erhalten wir die Formel:

$$D = D_1 + D_2 - \delta D_1\,D_2.$$

Diese Formel wird auch bei der genauen Durchrechnung eines jeden Brillenglases angewandt, so daß sie auch uns schon aus einer früheren Besprechung bekannt ist. Bei der dortigen Besprechung haben wir nach dieser Formel einige Beispiele durchgerechnet, so daß wir hier nur dorthin verweisen wollen.

Haben wir nun aber ein System, welches aus mehr als zwei Gliedern besteht, so müssen wir eine sogenannte Kettenrechnung ausführen. Zunächst berechnen wir nach der obigen Besprechung die beiden ersten Glieder. Haben wir diese beiden Glieder nun durchgerechnet und die Brechkraft festgestellt, so betrachten wir das gefundene Resultat als erstes Glied und nehmen ein weiteres Glied als zweites und rechnen nach derselben Art. Nach diesem werden so auch alle anderen Glieder des Systems berechnet.