

bandes ist. Damit soll die Vorstellung erleichtert werden, daß alle Moleküle eines und desselben Streifens die gleiche Veränderung erfahren. Vorausgeschickt sei noch, daß die Moleküle des Mittelstreifens oder auch, wie man sagen kann neutralen Streifens, keiner Veränderung unterworfen sind. In Abb. 3 ist das abgebogene Stahlband aus fünf solcher Streifen zusammengesetzt dargestellt. Ist die Gesamtstärke des Federbandes z. B. 0,3 mm und die Länge des Streifens 78,5 mm, so kann man die Längenveränderung der einzelnen Schichtstreifen berechnen. Nach der Annahme, daß sich die Mittelschicht in ihrer Länge nicht ändert und die Form einem Viertelkreis entspricht, gibt ihre vierfache Länge den vollen Umfang des Kreises, unter dem sie abgebogen wird. Dieser ist $78,5 \cdot 4 = 314$ mm und der Radius $314 : 2 \cdot 3,14 = 50$ mm. Naturgemäß muß die äußerste und die innerste Schicht einen anderen mittleren Halbmesser haben, und zwar wird der der äußersten Schicht um die zweifache Schichtstärke größer und der der innersten Schicht um die zweifache Schichtstärke kleiner sein. Dadurch ändert sich aber auch die Länge der Schichtstreifen selbst, indem der Umfang des Kreises, in dem sie liegen, je nach dem Halbmesser kleiner oder größer wird. Die Länge des äußeren Schichtstreifens ist gleich dem vierten Teile des Produktes aus dem zweifachen Halbmesser mal der Ludolfischen Zahl. Der Halbmesser ist $50 + 0,15 = 50,15$, worin der zweite Summand die zweifache Schichtstärke ist. Der zweifache Halbmesser ist 100,3, die Länge der Schicht beträgt

$$\frac{100,3 \cdot 3,14}{4} = 78,74.$$

Durch das Abbiegen wurde der Schichtstreifen um $78,74 - 78,5 = 0,24$ mm verlängert. Auf gleiche Art kann die Verkürzung des innersten Schichtstreifens gefunden werden. Der Halbmesser ist gleich $50 - 0,15 = 49,85$ und die Länge

$$\frac{99,7 \cdot 3,14}{4} = 78,26.$$

Die Verkürzung zufolge der Abbiegung ist $78,5 - 78,26 = 0,24$ mm. Wie schon weiter oben erwähnt, findet bei der Rückbildung in die ursprüngliche Form ein Freiwerden jener Kraft statt, die der Belastung und Formänderung vom Material entgegengesetzt wurde. Abgesehen vom Verbrauch eines Teiles dieser Kraft zur Ueberwindung verschiedener Widerstände ist ihre Größe noch von anderen Umständen abhängig, insbesondere davon, daß die Belastung eine gewisse Grenze nicht überschritten hat. Schon beim erstmaligen Aufwinden des gestreckten Federbandes ist eine vollständige Rückbildung nicht mehr möglich, die Feder nimmt bereits eine spiralförmige Gestalt an, aus der sie sich nicht wieder von selbst rückbilden kann. Die Ursache dieser Erscheinung wird ein Beispiel erklären.

An einem mit einem Ende aufgehängten Stahldraht von einem Quadratmillimeter Querschnitt kann beobachtet werden, daß er sich bei einer an seinem Ende wirkenden Belastung in seiner Gesamtlänge ausdehnt. Diese Ausdehnung findet proportional der Belastung statt, das heißt, wenn man beispielsweise zuerst das Gewicht von 1 kg anhängt, so beträgt die Ausdehnung $\frac{1}{20000}$ seiner Länge. Bei einer Belastung von 10 kg dehnt sich der Draht um $\frac{1}{2000}$ seiner Länge aus. Beträgt die Länge des Drahtes ursprünglich 1 m, so ist die Längenänderung für 1 kg Belastung gleich 0,05 mm, für 10 kg gleich 0,5 mm und für 50 kg gleich 2,5 mm. Diese Belastung kann ungefähr bis zu 75 kg gesteigert werden, ohne daß die Proportionalität der Ausdehnung beeinträchtigt wird. Wird aber diese Belastungsgrenze überschritten, dann ist die Ausdehnung unproportional größer, beim Entlasten geht der Stab auch nicht mehr auf seine ursprüngliche Länge zurück, sondern bleibt länger, als er gewesen ist. Das Material ist dauernd

deformiert. Allerdings findet durch die Ueberlastung und das Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze eine Verschiebung derselben nach oben statt, indem eine neuerliche Belastung bis zu der zuerst zur Ueberschreitung der Elastizitätsgrenze führenden gewöhnlich wieder eine Proportionalität der Ausdehnung zeigt (Härten des Messingdrahtes durch Ziehen).

Daher ist es erklärlich, daß das ursprünglich gestreckte Stahlband, die Zugfeder, nach bereits einmaligem Einwinden in das Federhaus nicht mehr außerhalb desselben seine gestreckte Form annimmt, da durch das Aufwinden wenigstens die äußeren Schichten über die Elastizitätsgrenze beansprucht wurden und somit eine dauernde Deformierung erlitten. Gleichzeitig hat sich aber die Elastizitätsgrenze nach oben verschoben, so daß die durch das Einwinden erhaltene Spiralförmigkeit dauernd bleibt und wenigstens bei gutem Federmaterial eine weitere Deformierung durch das Aufziehen nicht mehr eintritt.

Aus dem Versuch mit dem Stahlstab in den Normaldimensionen von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt ergab sich also die Proportionalität der Ausdehnung zur Belastung. Wenn der Versuch mit einem anderen Stab gleichen Querschnitts, aber verschiedener Länge, unter gleicher Belastung gemacht wird, findet man, daß die Ausdehnung auch proportional der Länge des Stabes wächst, daß also ein Stab von zweifacher Länge die zweifache Ausdehnung und ein solcher von 3 m Länge die dreifache Ausdehnung besitzt. Ein weiterer Versuch mit Stäben gleicher Länge, aber verschiedenen Querschnitten, wird lehren, daß die Längenänderung durch Belastung im umgekehrten Verhältnis zum Querschnitt erfolgt. Dies ist darin begründet, daß bei gleicher Belastung auf die Einheit des größeren Querschnittes je ein kleinerer Anteil des Belastungszuges fällt. Man kann z. B. anstatt eines Stabes von zweifachem Querschnitt auch zwei Stäbe mit einfachem Querschnitt nehmen, und es wird hierbei sehr verständlich sein, daß auf jeden einzelnen Stab dann nur die Hälfte der Belastung wirkt, demzufolge auch nur die halbe Längenänderung eintreten kann. Endlich ist für die Ausdehnung oder Zusammenpressung noch das Verhalten des betreffenden Materials von Einfluß. Es ist nicht gleichgültig, ob man ein von Haus aus fast unelastisches Material, wie etwa Glas, oder ein dehnbares, wie Kautschuk, belastet.

Aus diesen Ausführungen lassen sich nun folgende Grundsätze festlegen:

1. Die Größe der Längenänderung ist innerhalb der Elastizitätsgrenze direkt proportional der Belastung.
2. Die Längenänderung ist bei gleicher Belastung der Stablänge direkt proportional.
3. Die Längenänderung ist dem Querschnitt des Stabes bei gleicher Belastung und gleicher Länge umgekehrt proportional.
4. Die Längenänderung hängt auch von den spezifischen Eigenschaften des Materials, seiner Elastizität, ab.

Läßt sich auf Grund dieser vier Grundsätze die Längenänderung für bestimmte Verhältnisse feststellen, so ist umgekehrt auch aus der Längenänderung die hierzu erforderliche Kraft bzw. die nach Aufhören der Belastung freiwerdende Kraftwirkung des Stabes zu ermitteln. Hierzu gehört die Kenntnis des speziellen Verhaltens des betreffenden Materials, kurz ausgedrückt, seiner Elastizität, die zur Berechnung nur in zahlenmäßiger Form verwendbar ist. Diese Verhältniszahlen als Elastizitätskoeffizient, oder in anderer Form als Elastizitätsmodul, wurden durch die Versuche für die verschiedensten Materiale gefunden. Der Bruchteil seiner Länge, um die ein Draht von einem Quadratcentimeter Querschnitt bei Belastung durch das Gewicht von einem Kilo verlängert wird, heißt Elastizitätskoeffizient. Mit Hilfe dieses Elasti-