Die Kraft P ist zu bestimmen. Aus der Ähnlichkeit des Kräftedreiecks mit dem Dreieck OMN ergibt sich

$$\frac{P}{P_1} = \frac{x}{r},$$

wo x der Abstand des Punktes N vom Mittelpunkte O (die Elongation) ist.

$$P = \frac{P_1}{r} \cdot x.$$

Hierin setzen wir für $\frac{P_1}{r}$ die Konstante C und erhalten die einfache Gleichung:

$$\boxed{P = C \cdot x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Damit haben wir die Antwort auf unsere Frage: Die Kraft P, unter deren Einfluß der Punkt N die von uns beschriebene Bewegung macht, muß in jedem Punkte der geradlinigen Bahn BB′ der Auslenkung aus der Mittellage (Elongation) proportional sein.

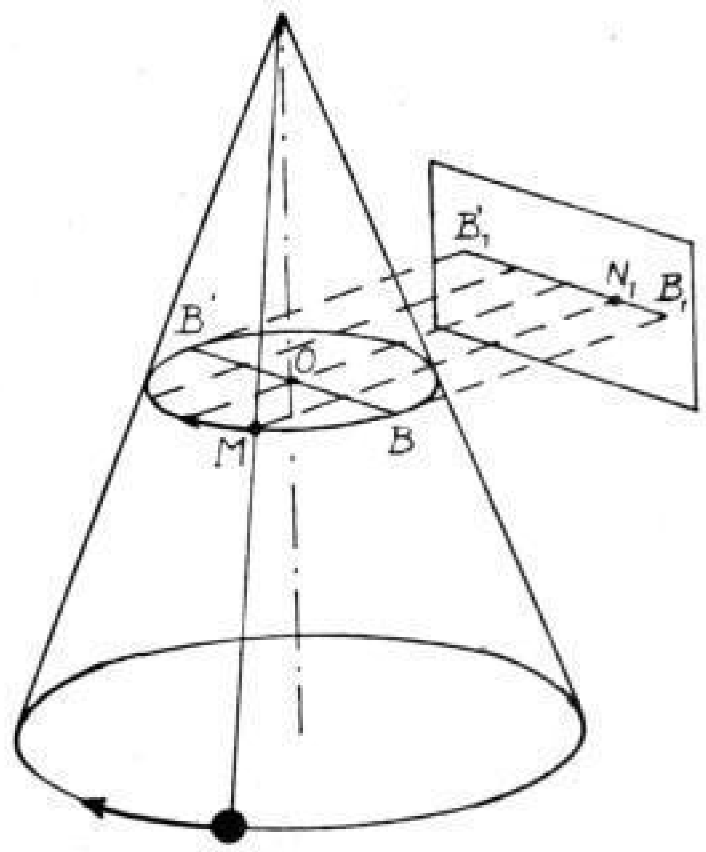

Abb. 38

Diese Kraft unterscheidet sich wesentlich von der Schwerkraft. Während die Schwerkraft (und damit auch ihre Beschleunigung) in einem Punkt der Erdoberfläche konstant ist, wächst die durch Gl. (29) dargestellte Kraft (und damit die Beschleunigung) mit der Entfernung aus der Ruhelage. Auf das Vorhandensein solcher Kräfte haben wir hingewiesen bei der Besprechung der Beschleunigung in Abschnitt 2a. Es gelten hier auch nicht die Betrachtungen, die wir dort an Abb. 10 u. 11 geknüpft hatten.

Die Kraft P ist immer zum Mittelpunkt der Bewegung gerichtet. Befindet sich der Punkt N rechts davon, so wirkt die Kraft P nach links, und umgekehrt. Bezeichnet man die x auf der rechten Seite als positiv, so ist dort P negativ gerichtet. Wollen wir das in der Formel berücksichtigen, so müssen wir ihr die Form geben:

$$P = -C \cdot x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29\,a)$$

Solche Kräfte wollen wir **harmonisch** nennen, die durch sie hervorgerufenen Bewegungen: **Schwingungen**. Die einfachste Verwirklichung einer solchen Schwingung erhalten wir, wenn wir einen reibungslos beweglichen Körper der Wirkung von zwei gespannten Wendelfedern aussetzen, wie es Abb. 40 zeigt. Die linke Feder ist entspannt, die rechte zieht den Wagen nach rechts. Wenn der Pfeil am Wagen über dem Pfeil an der Bahn steht, wirken beide Enden gleich stark; der Wagen ist so gut wie kräftefrei. Infolge seiner Wucht bewegt er sich aber weiter nach rechts, entspannt dabei die rechte und spannt die linke Feder, und dann wiederholt sich das Spiel nach der linken Seite.

Wir wollen nun die Zeit feststellen, die der Punkt N (Abb. 39) gebraucht, um den Weg BOB′OB zurückzulegen. Es ist dieselbe Zeit, die der Punkt M gebraucht, um auf dem Kreise den Weg BCB′DB zurückzulegen, die wir die Umlaufszeit nannten. Nach Gl. (26) ist $P_1 = m \cdot \frac{c^2}{r}$, und für die kreisende Bewegung ist, nach Gl. (4a) $c = \frac{2\pi r}{T}$, woraus sich ergibt:

$$P_1 = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}.$$

Für unsere Kraft P hatten wir soeben gefunden:

$$P = P_1 \cdot \frac{x}{r}.$$

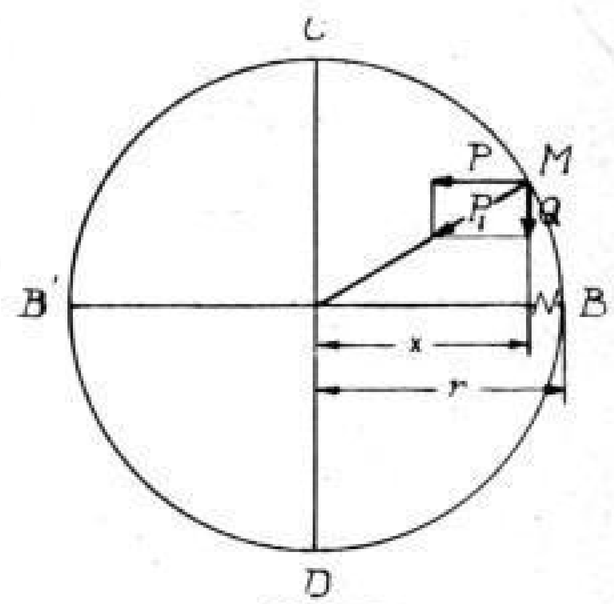

Abb. 39

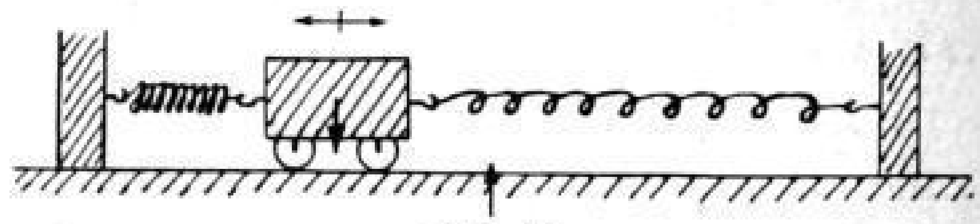

Abb. 40

Setzen wir hierin den obigen Wert für P_1 ein, so erhalten wir:

$$P = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot x}{T^2}.$$

Diese Gleichung lösen wir nach T auf:

$$T = 2\pi \sqrt{m\,\frac{x}{P}} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

Für $\frac{x}{P}$ können wir nach Gl. (29) $\frac{1}{C}$ einsetzen.

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}} \quad \ldots\ldots \quad (30\,a)$$

Sinngemäß werden wir hier T nicht mehr die Umlaufszeit, sondern die Schwingungsdauer nennen. Ein gemeinsamer Name für Umlaufszeit und Schwingungsdauer ist Periode. In der Gl. (30a) ist die Schwingungsdauer T bestimmt durch die Konstanten π, m, C[1]). Sie ist nicht abhängig von r, d. h. die Gl. (29) ist die Bedingung für **isochrone** Schwingungen: Große und kleine Schwingungen werden in derselben Zeit vollführt. Die **harmonische Schwingung ist isochron.**

1) Wenn C für den schwingenden Körper konstant gesetzt wird, so ergibt sich für den im Kreise umlaufenden Körper, daß die Zentripetalkraft P_1 sich proportional r ändern soll, oder daß die Winkelgeschwindigkeit ω konstant bleiben soll.