9. Das isochrone Pendel (Zykloidenpendel)

Einen isochron schwingenden Körper haben wir schon in Abb. 40 kennengelernt. Wir haben dabei die Tatsache ausgenußt, daß die Spannkraft einer Wendelfeder proportional mit der Verlängerung zunimmt. Diese Tatsache wurde zuerst von Hooke (1635—1703) im Jahre 1660 gefunden und in dem Saße ausgesprochen: Ut tensio sic vis (Wie die Spannung, so die Kraft).

Es fragt sich nun, ob es nicht möglich ist, die am leichtesten zugängliche Kraftquelle, die Anziehungskraft der Erde, so auszunußen, daß Schwingungen herauskommen. Daß die reine Fallbewegung nicht ausnußbar ist, wissen wir, denn ihre Beschleunigung ist ja konstant. Bei dem Fall auf der schiefen Ebene ist die Beschleunigung ebenfalls konstant. Sie ist (Abb. 41)

$$b = g \cdot \sin \alpha,$$

oder wenn wir die Länge der schiefen Ebene l und die Höhe h nennen,

$$b = g \frac{h}{l}.$$

Seßen wir nun aber verschiedene schiefe Ebenen von gleicher Länge l so aneinander, daß die Höhen h und damit die Beschleunigungen sich proportional mit dem zurückgelegten Wege ändern, so entspricht

$$b = \frac{g}{l} \cdot h$$

der gestellten Bedingung.

Nehmen wir z. B. l bei den sämtlichen schiefen Ebenen gleich 10 mm und die h = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 mm, so erhalten wir in Abb. 42[1]) den Linienzug BO, auf dem die Beschleunigung sich proportional mit dem zurückgelegten Wege ändert, die Bedingung für die Schwingung also erfüllt ist. Bei diesem geknickten Linienzug können wir es natürlich nicht bewenden lassen, durch immer feinere Unterteilung mußten wir diesen Linienzug in eine stetig gekrümmte Kurve überführen. Wir würden dann, wie der Begründer der theoretischen Uhrmacherei Christian Huygens in seinem berühmten Werke Horologium oscillatorium 1673 gezeigt hat, zu der Orthozykloide, der gemeinen Radlinie, kommen. Diese Kurve, die auch in der Verzahnungslehre eine Rolle spielt, sehen wir in Abb. 43 BB'. Sie wird erzeugt von einem Punkte eines Kreises, der auf einer Geraden abrollt. Bewegt sich also ein Körper auf dieser Linie, so legt er große und kleine Schwingungen in derselben Zeit zurück, er schwingt isochron.

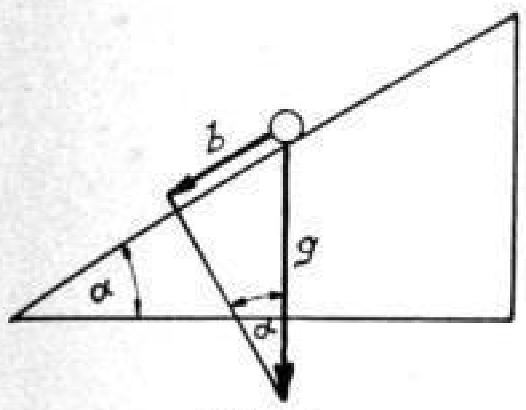

Abb. 41

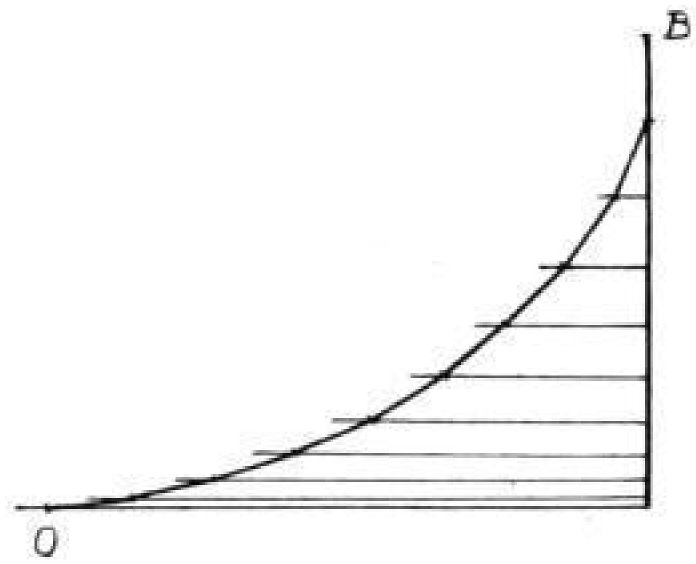

Abb. 42

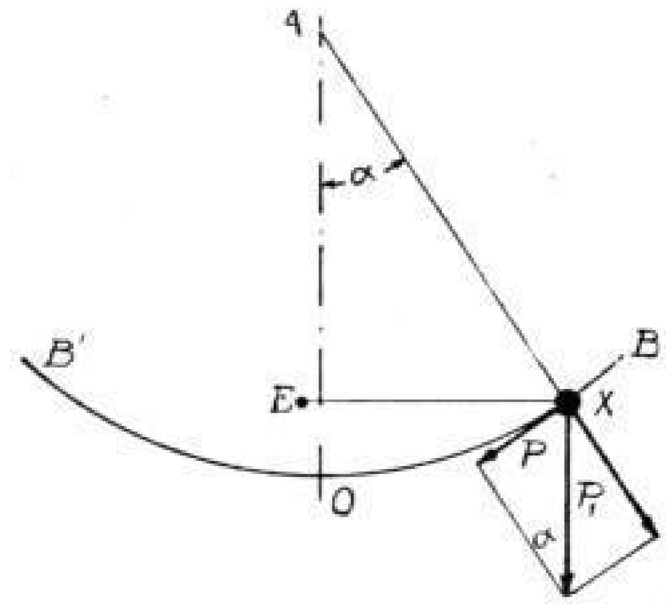

Abb. 46

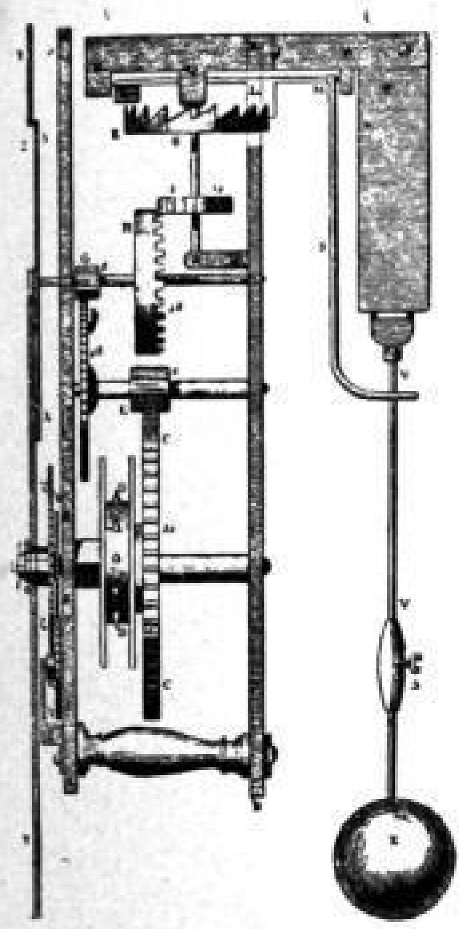
Abb. 44

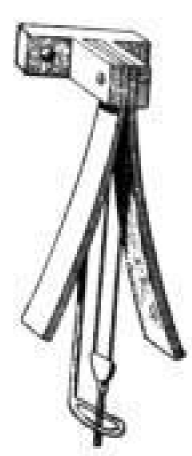
Abb. 45

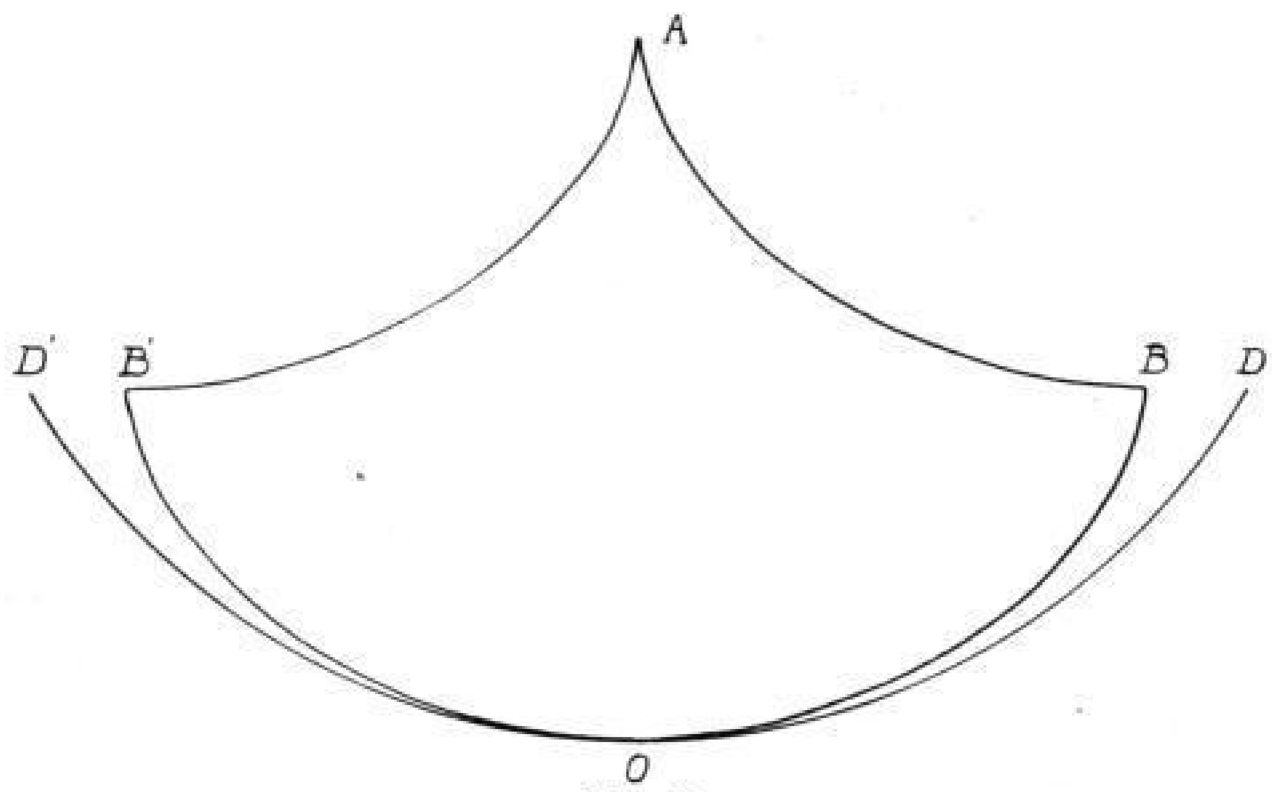

Abb. 43

Wollten wir nun etwa eine kleine Kugel in einer zykloidisch gebogenen Blechrinne hin und her schaukeln lassen, so würden wir zwar isochrone Schwingungen erhalten, könnten diese aber nicht mit dem Uhrwerk in Verbindung bringen. Wir wären in einer ähnlichen Lage wie bei dem Kegelpendel im Paraboloid (siehe Abschnitt 7). Nun hat aber Huygens diese Verbindung hergestellt. Die gemeine Radlinie ist nämlich die Evolvente einer anderen Kurve, die wieder eine gemeine Radlinie ist, d. h. wenn wir um die gemeine Radlinie AB einen Faden legen, diesen in A festhalten und von B aus abwickeln, so beschreibt das Ende des Fadens die Kurve BO. Das symmetrische Stück OB' erhalten wir auf entsprechende Weise. Damit ist die Verbindung mit der Uhr gegeben. Huygens benußte die damals bekannte Waghemmung, stellte aber die Steigradwelle senkrecht und legte die Spindel über das wagerechte Steigrad. An dieser Spindel

1) Die Zeichnung ist im Maßstab 3 : 4 verkleinert.