

befestigte er die Gabel, die den Pendelstab umfaßte (Abb. 44). Das Pendel hing an einem Doppelfaden, der sich hüben und drüben an zyklonische Backen anlegen konnte (Abb. 45), so daß der Schwerpunkt¹⁾ des Pendels gezwungen war, sich auf einer Zykloide zu bewegen.

In Abb. 43 haben wir außer der Zykloide BOB' auch den Kreisbogen DOD' eingezeichnet, auf dem das Pendel schwingen würde, wenn es nicht durch die Backen AB und AB' eingengt wäre. Man sieht, daß die Abweichungen von der Zykloidenbahn bei großen Ausschlägen ziemlich beträchtlich ist, und kann daraus entnehmen, daß die Abweichungen des Kreispendels von Isochronismus (die in Abschnitt 10 u. 11 behandelt werden) bei großen Ausschlägen erheblich sein werden. Für die von Huygens abgeänderte Waghemmung mit den großen Pendelausschlägen war also das Zykloidenpendel eine Notwendigkeit.

10. Das ebene Kreispendel

a) Ableitung der Schwingungsformel

Das von Huygens wahrscheinlich im Jahre 1656 zuerst angewandte Pendel war an sich keine Neuerung; neu war nur, daß durch Führung in der Zykloidenbahn der Isochronismus erzwungen wurde. Schon 1583 soll der 19jährige Galilei (1564–1642) durch einen schwingenden Kronleuchter im Dom zu Pisa darauf aufmerksam geworden sein, daß das Pendel große und kleine Schwingungen in (nahezu) derselben Zeit vollführt. Im Jahre 1636 hat er in seinen Dialogen die Erscheinung beschrieben, und sein Sohn Lorenzo soll 1646 eine Uhr mit Pendel ausgeführt haben.²⁾

Mit diesem einfachen Pendel wollen wir uns jetzt beschäftigen, und zwar mit dem mathematischen Pendel. Man versteht darunter einen schweren Punkt an einem gewichtlosen Faden. Angenähert kann man es verwirklichen, indem man an einem dünnen, leichten Faden eine kleine Metallkugel befestigt.

Hängt man diesen Faden im Punkte A (Abb. 46) auf und entfernt die Kugel aus der Ruhelage, so wird sie in einer Ebene in einem Kreisbogen BOB' schwingen. In dem Punkte X mit der Elongation α wirkt auf die kleine Kugel die Schwerkraft:

$$P_1 = m \cdot g.$$

Da der Punkt gezwungen ist, sich in der Kreisbahn zu bewegen, wird die Bewegung beeinflusst durch die Tangentialkomponente, während die Radialkomponente durch die Festigkeit des Fadens und den festen Aufhängepunkt A aufgehoben wird. Die Tangentialkomponente hat die Größe:

$$P = P_1 \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha \dots (31)$$

1) Eigentlich müßte es der Schwingungspunkt sein, auf den wir später (Abschnitt 14) eingehen.

2) Erwähnt sei noch, daß Leonardo da Vinci (1452–1519), der nicht nur ein großer Maler und Baumeister, sondern ein noch größerer Maschinenbauer war, eine Skizze von Steigrad, Spindel und Pendel hinterlassen hat, die mit der Huygensschen Konstruktion übereinstimmt, jedoch nicht die zyklonischen Backen hat.

$\sin \alpha$ läßt sich aus dem Dreieck AXE ausdrücken. Es ist:

$$\sin \alpha = \frac{XE}{l}$$

Für P ergibt sich also:

$$P = m \cdot \frac{g}{l} \cdot XE \dots (31a)$$

Es fragt sich nun, ob diese Kraft P eine harmonische (isochrone) Bewegung hervorruft. In Abschnitt 8 haben wir festgestellt, daß eine Bewegung dann harmonisch ist, wenn die Kraft proportional mit dem Wege wächst. P wächst proportional mit XE. Dies ist aber nicht der zurückgelegte Weg, sondern dieser ist der Bogen $XO = x$. XE verhält sich zu XO wie $\sin \alpha$ zu $\text{arc } \alpha$. Nun wissen wir, daß für kleine Winkel der Sinus nahezu gleich dem Arkus ist, z. B. ist $\sin 5^\circ = 0,087156$ und $\text{arc } 5^\circ = 0,087266$. Der Sinus ist also nun $0,00011$ oder rund $\frac{1}{8000}$ zu klein. Will man eine solche Abweichung als belanglos vernachlässigen, so kann man unter Beachtung der Bedingung kleiner Schwingungsweiten die Bewegung als angenähert harmonisch betrachten und statt der Geraden XE den Weg x einsetzen.

$$P = m \cdot \frac{g}{l} \cdot x \dots (31b)$$

$$\frac{x}{P} = \frac{l}{m \cdot g}$$

Daß diese Annäherung für kleine Schwingungen zulässig ist, sieht man außer in Abb. 46 auch deutlich in Abb. 43, da der Kreisbogen in der Umgebung des Punktes O sich der Zykloide sehr gut anschließt.

Die Schwingungsdauer T erhalten wir, indem wir den Ausdruck $\frac{x}{P}$ in Gl. (30) einsetzen:

$$T = 2\pi \sqrt{m \cdot \frac{x}{P}} = 2\pi \sqrt{m \cdot \frac{l}{m \cdot g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Dies ist der allgemeine physikalische Ausdruck für eine ganze Schwingung. Zu der Gl. (30) kamen wir aus Abb. 39, wo wir den Umlauf des Vergleichspunktes M auf dem Kreise verglichen mit der Bewegung des Punktes N auf dem Durchmesser. Einem vollen Umlauf des Punktes M entspricht ein Hin- und ein Hergang des Punktes N. In unserer Abb. 46 würde also die physikalische Schwingungsdauer die Zeit der Bewegung von B nach B' und zurück nach B sein. Beim Pendel (und bei der Unruh) macht man von dieser sonst allgemeinen Ausdrucksweise eine Ausnahme und nennt den Weg vom Umkehrpunkt B bis zum Umkehrpunkt B' eine Schwingung, was man in anderen Gebieten (z. B. Elastizität, Akustik, Elektrizität) eine Halbschwingung nennen würde. Dementsprechend wird auch die Schwingungsdauer nur halb so groß zu nehmen sein, als wir sie oben berechnet haben. Die Schwingungsdauer des Pendels ist in erster Annäherung:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots (32)$$

(Fortsetzung folgt)

Verschiedenes

Tagung des Verbandes der Deutschen Uhrmachergenossenschaften in Böhmen. Der Verband hielt seine diesjährige Tagung vom 13. bis 15. August in Komotau ab, verbunden damit war eine Lehrlingsarbeiten-Ausstellung. Den Vorsitz führte der Verbandsobmann Kollege Henke (Tepliz-Schönau). Sonntag, den 14. August, fand die Haupttagung statt. Es wurde gegen den unerlaubten Hausierhandel mit Uhren, Juwelen, Gold- und Silberwaren sowie gegen die schmutzigen Ratengeschäfte und Ratenhändler Stellung genommen. Für das langjährige verdienstvolle Wirken in der Fachorganisation, sowie im Verbands selbst, wurden verschiedene

Kollegen einstimmig zu Ehrenmitgliedern des Genossenschaftsverbandes der Uhrmacher in Böhmen ernannt. Von den Lehrlingsarbeiten wurden 25 ausgezeichnet. Nach der Haupttagung fand im Hotel Scherber ein gemeinsamer Mittagstisch statt, wobei für die durch die Hochwasserkatastrophe geschädigten Gemeinden im Erzgebirge eine Sammlung eingeleitet wurde, welche den Betrag von 560 Kr. ergab. Im Anschluß an die Tagung fand die Besichtigung der Uhrenfabrik in Komotau statt. (VI 1/439)

Der neue französische Zolltarif. Wir konnten bereits in der Ausgabe der vorigen Woche, vor Bekanntgabe des neuen

