Dies setzen wir in die obige Gleichung für l ein:

$$l = 0{,}994 \cdot \frac{3600}{n^2_m} \text{ Meter,}$$

$$\boxed{l = \frac{3580}{n^2_m} \text{ Meter}} \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

Ist die Uhr z. B. ein 80-Schläger, so ist

$$l = \frac{3580}{80^2} = \frac{3580}{6400} = 0{,}56 \text{ m.}$$

Auch hier könnten wir wieder eine Tabelle aufstellen, besser und vielseitiger verwendbar sind aber graphische Darstellungen wie Abb. 47. Auf der Wage-

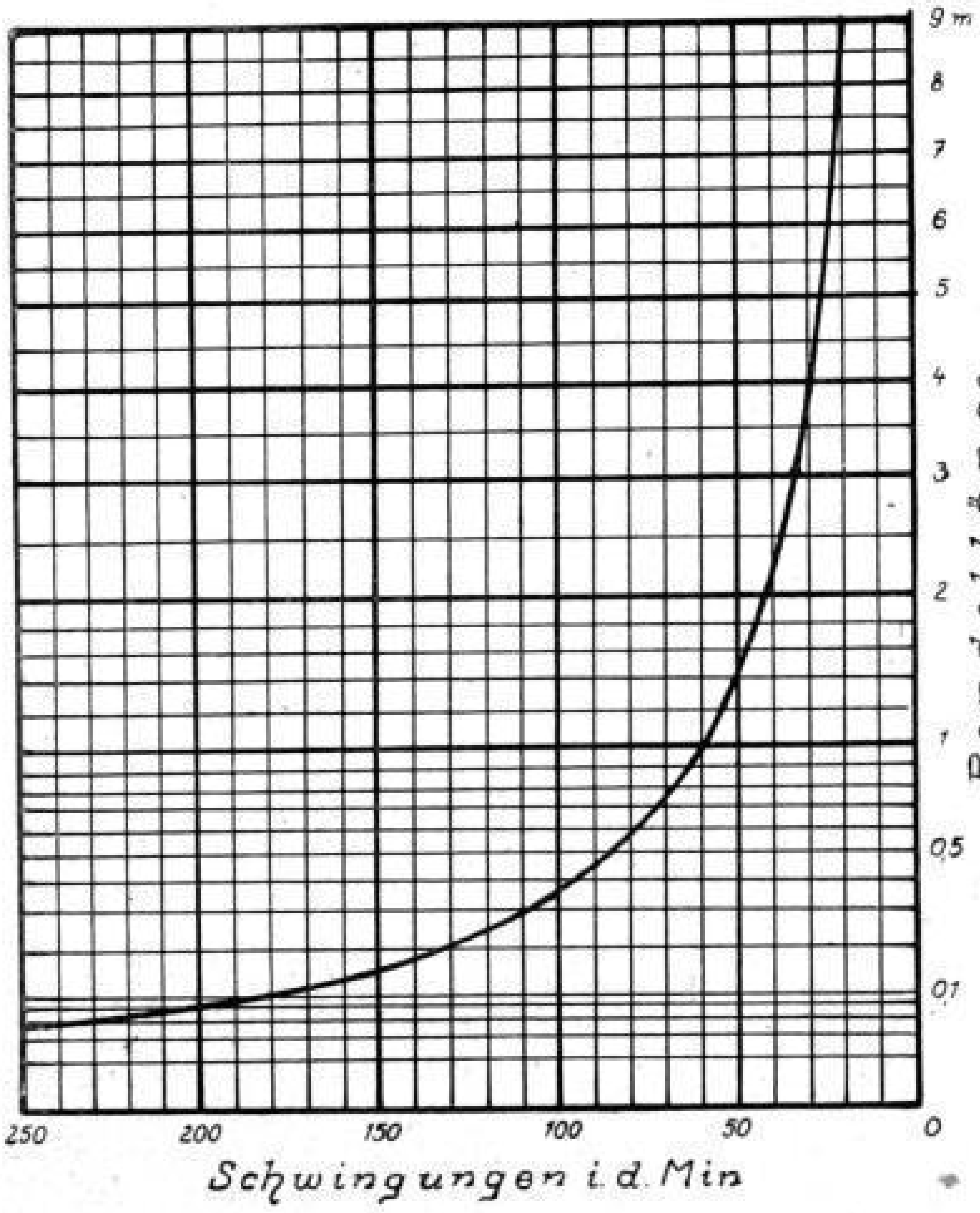


Abb. 47

rechten (Abszisse) sind die Schwingungen in der Minute von 0—250 Schw./min aufgetragen, auf der Senkrechten (Ordinate) die Pendellängen von 0—9 m. Um die Tafel für große und kleine Werte brauchbar zu machen, sind die Pendellängen nicht in gleichem Maße aufgetragen; die Zeichnung ist nach unten auseinandergezogen. Die Punkte der Kurve geben die zueinandergehörigen Werte an, z. B. gehörte zur Schwingungszahl 150 die Pendellänge 0,16 m, zur Schwingungszahl 40 die Pendellänge 2,24 m.

Für den praktischen Gebrauch würde man sich vielleicht mit den Schwingungszahlen von 40—200 begnügen und könnte dann den Maßstab für die Pendellängen doppelt so groß wählen, wodurch die Ablesung genauer würde. Indessen dürfte wohl auch die hier erreichte Genauigkeit für praktische Zwecke vollkommen genügen.

## 11. Die Abweichung vom Isochronismus

Schon im Abschnitt 10a hatten wir betont, daß unsere Formel

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

nur eine erste Annäherung darstellt. Wir waren zu ihr gekommen, indem wir stark vereinfachend für die Strecke XE (Abb. 48) den Bogen XO = x setzten. Da nun

$$XE = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\operatorname{arc} \alpha}$$

ist, so ist die Abweichung der Größe $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ von 1 vernachlässigt. Wollen wir diese Vernachlässigung nicht zulassen, so müssen wir den Einfluß des Bruches auf die Schwingungsdauer feststellen. Den genauen Einfluß zu berechnen, ist schwierig. Wir begnügen uns mit einer Annäherung zweiter Ordnung, indem wir für den Bogen XO = x die Sehnen XO = x′ einführen. Wir sehen, daß hier die Vernachlässigung bedeutend geringer ist. Die Länge dieser Sehne ist $l \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2}$. In Abschnitt 10a hatten wir bei einer Auslenkung von $\alpha_0 = 5^0$ die Abweichung der Strecke XE von dem Bogen XO zu $^1/_8\,^0/_0$ berechnet. Die Abweichung der Sehne XO vom Bogen XO ist $0{,}087\,266 - 0{,}087\,238 = 0{,}000\,028$ oder rund $^1/_{32}\,^0/_0$. Die Abweichung ist also auf ein Viertel der vorhergehenden zusammengeschrumpft.

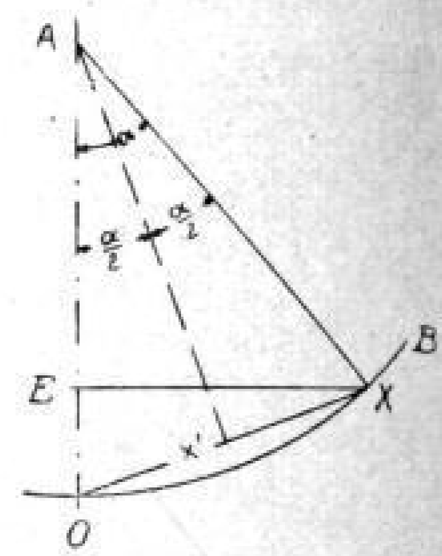


Abb. 48

XE ist in x′ ausgedrückt:

$$XE = x' \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Und da wir x′ angenähert gleich x setzen wollen, so ergibt sich:

$$XE = x \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Diesen Wert setzen wir in Gl. (31a) ein:

$$P = m \cdot \frac{g}{l} \cdot x \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Dann ist:

$$\frac{x}{P} = \frac{l}{m \cdot g} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Um die Schwingungsdauer T zu erhalten, setzen wir diesen Wert in Gl. (30) ein

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}}\,^{1)},$$

oder wenn wir für $\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ die Schwingungsdauer $T_0$ für sehr kleine Schwingungsweite einsetzen:

$$T = T_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

Den Berichtigungsfaktor $\sqrt{\frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}}$, der angenähert angibt, um wieviel die wahre Schwingungsdauer von der isochronen abweicht, wollen wir in handlichere Form bringen. Nach Gl. (3b), Abschnitt 1, ist:

1) Hierin ist $\alpha$ jetzt die volle Amplitude. Diese bezeichnen wir, wenn die Gefahr einer Verwechselung vorliegt, mit $\alpha_0$. Da aber hier ein Irrtum nicht möglich ist, lassen wir den Index vorläufig weg.