$\gamma_1 = 9^0\,36'$, $\arc\sin \gamma_1 = 0{,}1466$,

$$t_1 = \frac{0{,}1466}{\pi},$$

$$t = t_2 - t_1 = \frac{0{,}3770}{\pi} = 0{,}12 \text{ sec.}$$

Die Auslösung, die $16^2/_3\,\%$ des Schwingungsweges ausmacht, braucht $12\,\%$ der Schwingungszeit. Falsch wäre es, wollte man, um die Rechnung abzukürzen,

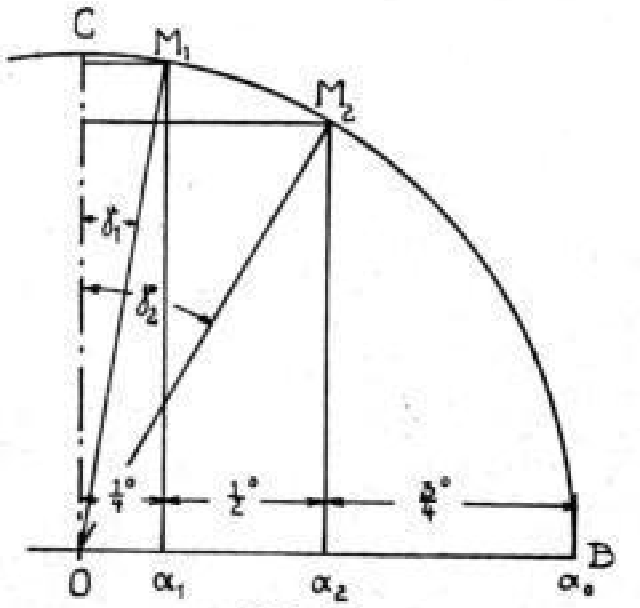

Abb. 59

$$t = \frac{T}{\pi} \arc\sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_0}$$

setzen. Hier, in der Nähe der Mittellage, würde das Ergebnis zwar nur um $11\,\%$ verfälscht werden. Weiter ab von der Mittellage könnte aber der Fehler $90\,\%$ betragen.

3. Um einen Kurzzeitmesser zu prüfen oder zu eichen, sollen mit einem genauen Sekundenpendel nacheinander zwei Kontakte K_1 und K_2 im Abstande von $^1/_{10}$ sec geschlossen werden. Die Schwingungsweite des Pendels sei 4^0, der erste Kontakt liegt bei 3^0. Wo liegt der zweite Kontakt?

T ist 1 sec, $\alpha_0 = 4^0$. Zu dem Wege $\alpha_1 = 3^0$ gebraucht das Pendel:

$$t_1 = \frac{T}{\pi} \cdot \arc\sin \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{1}{\pi} \cdot \arc\sin \frac{3}{4},$$

$$\gamma_1 = 48^0\,35', \quad \arc \gamma_1 = 0{,}84794,$$

$$t_1 = \frac{0{,}84794}{\pi} = 0{,}270 \text{ sec.}$$

Der zweite Kontakt muß nun so liegen, daß das t_2 bis zur Mittellage um 0,1 sec kleiner ist, also $t_2 = 0{,}170$ sec.

$$t_2 = \frac{T}{\pi} \cdot \arc\sin \frac{\alpha_2}{\alpha_0};$$

$$0{,}170 = \frac{1}{\pi} \cdot \arc\sin \frac{\alpha_2}{4},$$

$$\arc\sin \frac{\alpha_2}{4} = 0{,}170 \cdot \pi = 0{,}534,$$

$$\gamma_2 = 30^0\,36',$$

$$\frac{\alpha_2}{4^0} = \sin \gamma_2 = 0{,}5090,$$

$$\alpha_2 = 2^0{,}036 \text{ oder } 2^0\,2',$$

$$\arc \alpha_1 = 0{,}05236, \quad \arc \alpha_2 = 0{,}03554.$$

Ist die Kontaktspitze vom Drehpunkt des Pendels 125 cm entfernt, so muß der erste Kontakt 6,545 cm, der zweite Kontakt 4,446 cm von der Mittellage entfernt sein.

Diese Aufgabe läßt sich auch rein zeichnerisch lösen: Man schlägt mit $\alpha_0 = 4^0$ einen Kreis (Abb. 60) und errichtet in $\alpha_1 = 3^0$ auf dem Durchmesser eine Senkrechte, die den Kreis im Punkte M_1 schneidet. Da der mit gleichförmiger Geschwindigkeit umlaufende Vergleichspunkt M in $^1/_{10}$ sec ein Zehntel des Halbkreises durchläuft, kann man leicht den Punkt M_2 finden, dessen senkrechte Projektion den Durchmesser in dem gesuchten Punkte α_2 schneidet.

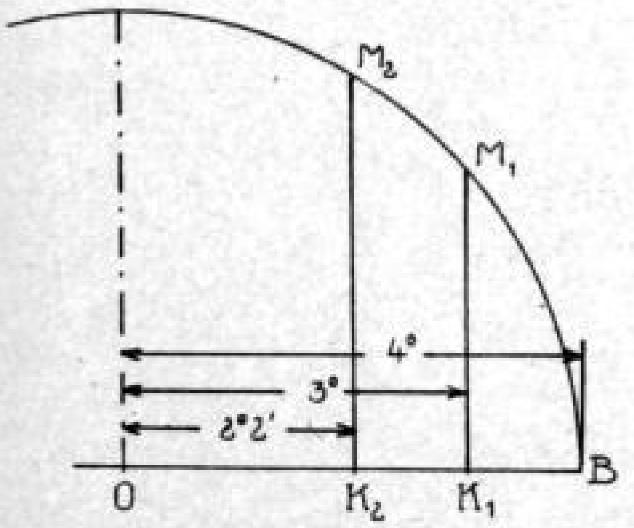

Abb. 60

Entsprechend kann man auch die beiden vorhergehenden Aufgaben zeichnerisch lösen.

Ein anschauliches Bild über das Verhältnis von Weg und Durchlaufszeit erhält man, wenn man den ganzen Schwingungsweg in zehn Teile teilt, so daß die Durchlaufszeiten für alle Teile gleich, nämlich $^1/_{10}$ T sind. Zu diesem Zwecke schlägt man über dem Schwingungsweg BB' (Abb. 61) einen Halbkreis, teilt diesen in zehn gleiche Teile und projiziert die Teilpunkte senkrecht auf den Schwingungsweg.

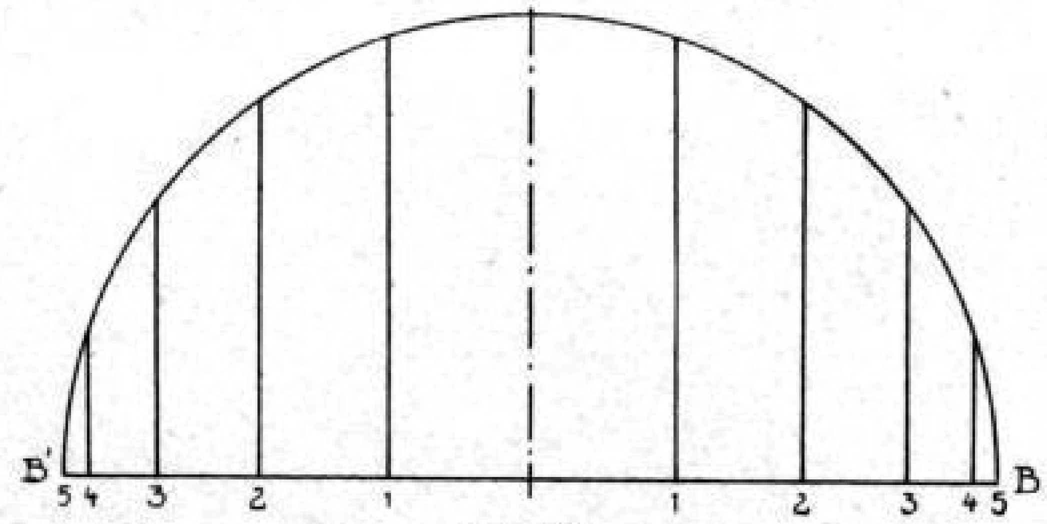

Abb. 61

b) Einfluß eines Stoßes auf die Schwingungsdauer

Von dem Einfluß einer Stoßes auf die Schwingung haben wir schon im Abschnitt 2b gesprochen. Für eine ungestörte Pendelschwingung gilt unsere Gl. (41b):

$$W_o = A_u,$$

d. h. die Wucht beim Durchgang durch die Mittellage ist gleich der im Umkehrpunkte aufgespeicherten Energie. Diese Energie kann, wie wir in Abschnitt 13a gesehen haben, für genügend kleine α_0 gesetzt werden:

$$A_u = m\,g \cdot l \cdot \frac{\alpha_0^2}{2} \text{ oder } = P \cdot l.\ \frac{\alpha_0^2}{2}.$$

Die Wucht ist nach Gl. (12):

$$W_o = \frac{1}{2}\,J \cdot w_0^2.$$

Für die ungestörte Schwingung gilt also:

$$\frac{1}{2} J\,w_o^2 = \frac{1}{2} P \cdot l \cdot \alpha_0^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Wirkt nun auf das Pendel ein Stoß in der Richtung der Bewegung, so wird der Energievorrat um die Energie des Stoßes ΔA vermehrt. Dies muß sich darin äußern, daß die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Mittellage w_0 erhöht wird auf w'_0, so daß die Energiegleichung für die gestörte Schwingung lautet:

$$\frac{1}{2} J\,w'^2_0 = \frac{1}{2} P \cdot l \cdot \alpha_0^2 + \Delta A \quad . \quad . \quad . \quad (45a)$$

Die erhöhte Geschwindigkeit können wir uns aber auch durch eine größere Amplitude α'_0 hervorgerufen denken. Dann lautet die Energiegleichung:

$$\frac{1}{2} J\,w'^2_0 = \frac{1}{2} P \cdot l\,\alpha'^2_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45b)$$

Diese durch den Stoß hervorgerufene größere Schwingungsweite α'_0 können wir aus Gl. (45a) und (45b) berechnen:

$$\frac{1}{2} P \cdot l \cdot \alpha'^2_0 = \frac{1}{2} P \cdot l \cdot \alpha_0^2 + \Delta A,$$

$$\alpha'^2_0 = \alpha_0^2 + \frac{2\,\Delta A}{P \cdot l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$