Benennen wir den Unterschied zwischen α'_0 und α_0 mit $\Delta\alpha$, so ergibt sich:

$$(\alpha_0 + \Delta\,\alpha)^2 = \alpha_0{}^2 + \frac{2\Delta A}{P.l},$$

$$\alpha_0{}^2 + 2\,\alpha_0 \cdot \Delta\alpha + \Delta^2\alpha = \alpha_0{}^2 + \frac{2\Delta A}{P.l}.$$

Das sehr kleine Quadrat von $\Delta\alpha$ vernachlässigen wir und erhalten

$$2\,\alpha_0\,\Delta\,\alpha = \frac{2\Delta A}{P.l},$$

$$\Delta\,\alpha = \frac{\Delta A}{P.l.\alpha_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Um einen Überblick über die Größe von $\Delta\alpha$ zu bekommen, führen wir Zahlenwerte ein. Ein Sekundenpendel, dessen Länge 994 mm ist, habe ein Gewicht von 6500 g und eine ursprüngliche Schwingungsweite von 90′, entsprechend dem Bogenmaß $\alpha_0 = 0{,}02618$. Dann ist

$$P \cdot l \cdot \alpha_0 = 6500 \cdot 994 \cdot 0{,}02618 = \text{rund } 170000 \text{ gmm}.$$

Nehmen wir die Stoßarbeit zu 50 gmm an, so ist

$$\Delta\,\alpha = \frac{50}{170000} = 0{,}00029,$$

was einem Winkelmaß von 1 Minute entspricht.

Wir sehen, daß die Schwingungsweite um einen bestimmbaren Betrag größer wird. Dabei ist es ganz gleichgültig, an welcher Stelle der Bahn der Stoß erfolgt.

Für die Störung der Schwingungsdauer ist dies aber keineswegs gleichgültig, wie wir jetzt zeigen wollen. Um

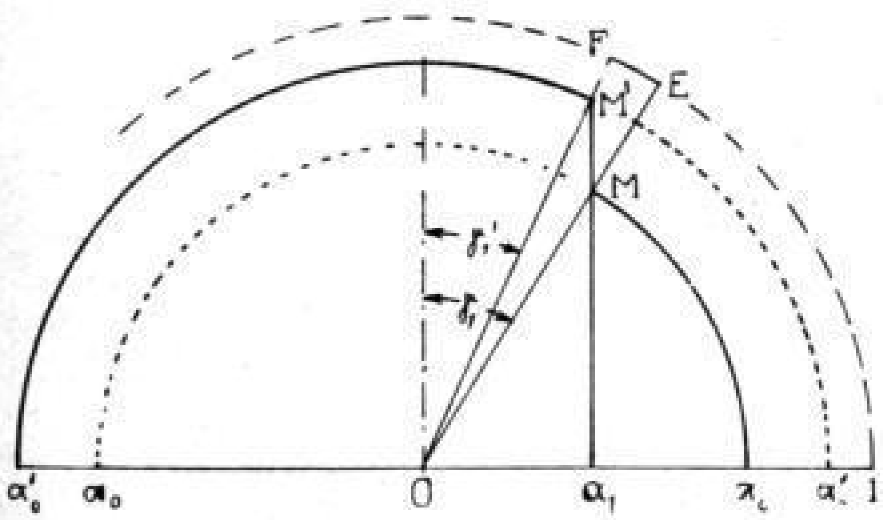

Abb. 62

die Schwingungsdauer festzustellen, vergleichen wir die Bewegung des auf dem Durchmesser schwingenden Körpers mit der Bewegung eines Vergleichskörpers, der mit der gleichförmigen Höchstgeschwindigkeit w_0 auf dem über dem Schwingungswege geschlagenen Halbkreise umläuft (Abb. 62).

Welche Zeit gebraucht das Pendel, um von α_0 nach O zu gelangen? Da in α_1 die Störung durch den Stoß erfolgt, zerlegen wir die Dauer dieser Halbschwingung t in zwei Teile: t_1 von α_0 bis α_1 und t_2 von α_1 bis O.

$$t = t_1 + t_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Der Vergleichskörper legt den Weg α_0 bis M, der dem Schwingungsstück α_0 bis α_1 entspricht, mit der Geschwindigkeit w_0 zurück

$$t_1 = \frac{BM}{w_0}$$

oder nach Gl. (44d)

$$t_1 = \frac{T}{\pi} \cdot \text{arc}\cos\frac{\alpha_1}{\alpha_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48a)$$

Von α_1 ab schwingt aber das Pendel mit der vorhin festgestellten Schwingungsweite α'_0 und der Höchstgeschwindigkeit w'_0, also bewegt sich der Vergleichskörper weiterhin auf dem Kreisstück M′C′ mit der Geschwindigkeit w'_0. Infolgedessen ist

$$t_2 = \frac{M'C'}{w'_0} = \frac{T}{\pi} \cdot \text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha'_0} \quad . \quad . \quad (48b)$$

Das T in (48b) ist natürlich dasselbe wie in (48a), da das Pendel bei der Schwingungsweite α'_0 dieselbe Schwingungszeit hat wie bei der Schwingungsweite α_0 (abgesehen von dem winzigen Isochronismusfehler).

Die Dauer der Halbschwingung von B bis O ist:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{T}{\pi}\left\{\text{arc}\cos\frac{\alpha_1}{\alpha_0} + \text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha'_0}\right\}. \quad (48c)$$

$$\text{arc}\cos\gamma = \frac{\pi}{2} - \text{arc}\sin\gamma.$$

Setzen wir dies in Gl. (48c) ein, so erhalten wir:

$$t = \frac{T}{2} - \frac{T}{\pi}\left\{\text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha_0} - \text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha'_0}\right\}.$$

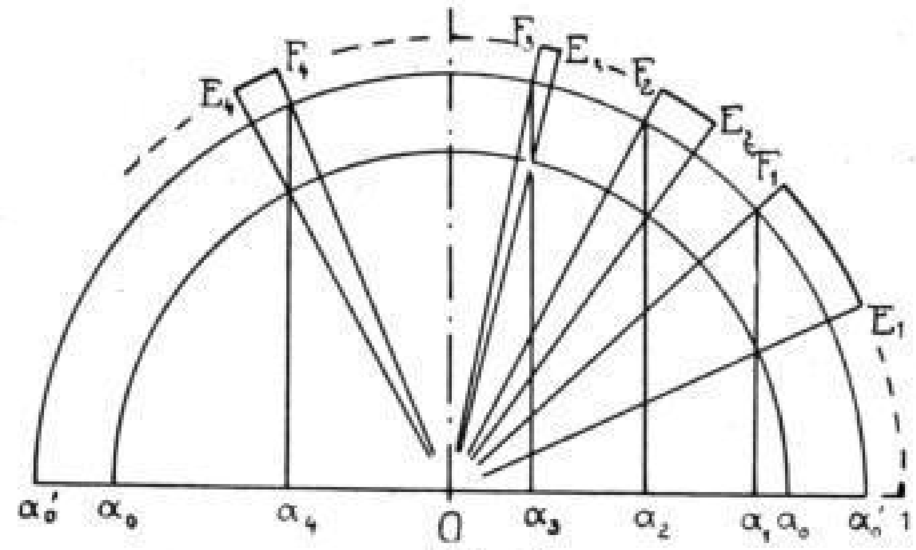

Abb. 63

Die andere Halbschwingung ist ungestört, ihre Dauer ist also $\frac{T}{2}$, so daß die ganze Schwingung ist:

$$T' = T - T \cdot \frac{\text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha^0} - \text{arc}\sin\frac{\alpha_1}{\alpha'_0}}{\pi}.$$

Der Zähler des Bruches ist, auf den Einheitskreis übertragen, EF.

$$T' = T\left(1 - \frac{EF}{\pi}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Wir sehen, daß die Verkürzung der Schwingungsdauer abhängig ist von der Lage des Stoßes. Aus Abb. 63 ist zu ersehen, daß die Strecke EF – und damit die Verkürzung der Schwingungsdauer – in der Nähe des Umkehrpunktes groß ist und um so kleiner wird, je mehr sich der Störungspunkt der Mittellage nähert. In dieser selbst ist EF = 0, d. h. der Stoß übt dort keinen Einfluß auf die Schwingungsdauer aus. Betrachten wir nun die Wirkung eines Stoßes in der zweiten Hälfte der Schwingung, so sehen wir, daß EF das Vorzeichen gewechselt hat. Der umlaufende Vergleichskörper vollführt zuerst seine Bewegung bis E und springt dann

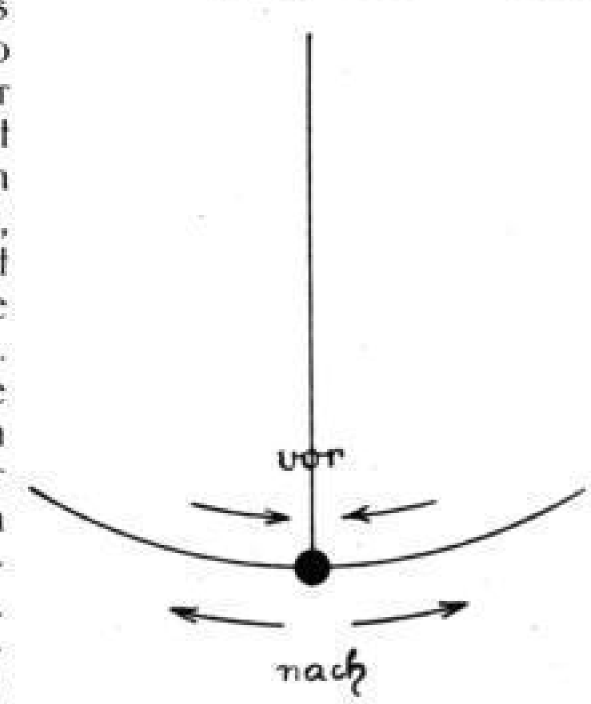

Abb. 64

plötzlich zurück nach F und läuft von dort aus weiter. Das bedeutet für die erste Hälfte der Schwingung ein Überspringen des Weges EF und damit eine Verkürzung der Schwingungsdauer; für die zweite Hälfte der