licher Schloßschrauben leicht an der Stange befestigt werden können. Zuerst befestigen wir die Scheiben bei 80 und 100 cm. Von der Ausdehnung der Scheiben und von dem Gewicht der Stange sehen wir ab. Dann entspricht das Pendel den Voraussetzungen, die am Anfang dieses Abschnittes gemacht waren.

Wir wollen die reduzierte Länge unseres Pendels bestimmen und müssen also gemäß Gl. (53a) r und ϱ berechnen. Der Schwerpunkt G liegt genau in der Mitte zwischen den beiden Körpern, also ist $r = 90$ cm.

Das Trägheitsmoment ist die Summe aus den Trägheitsmomenten der beiden Körper. Beide haben ein Gewicht von 2 kg, ihre Massen sind also $m = \frac{2}{g}$. Ihre Trägheitsradien sind 80 cm und 100 cm. Ihre Trägheitsmomente sind $m \cdot 80^2$ und $m \cdot 100^2$, deren Summe ist:

$$J = m\,(80^2 + 100^2) = m \cdot 16400.$$

Da die Gesamtmasse 2 m ist, so ergibt sich für den Gesamtträgheitsradius

$$\varrho^2 = \frac{J}{2\,m} = \frac{16\,400}{2} = 8200 \text{ cm}^2,$$

$$\varrho = 90{,}55 \text{ cm}.$$

Die reduzierte Pendellänge ist:

$$l = \frac{\varrho^2}{r} = \frac{8200}{90} = 91{,}11 \text{ cm}.$$

Nun befestigen wir die beiden Scheiben bei 60 und 120 cm. Dadurch wird an dem Schwerpunktsabstande nichts geändert; er bleibt $r = 90$ cm. Das Trägheitsmoment dagegen wird

$$J = m\,(60^2 + 120^2) = m \cdot 18000$$

und der Gesamtträgheitsradius

$$\varrho^2 = \frac{J}{2\,m} = \frac{18\,000}{2} = 9000 \text{ cm}^2,$$

$$\varrho = 94{,}87 \text{ cm}.$$

Die reduzierte Pendellänge ist

$$l = \frac{\varrho^2}{r} = \frac{9000}{90} = 100 \text{ cm}.$$

Während wir also am Gewicht und an dem Schwerpunkt des Pendels nichts geändert haben, ist allein durch das Auseinanderschieben der beiden Massen die reduzierte Pendellänge erheblich größer geworden. In der Tat können wir durch Beobachtung der Schwingungszahlen feststellen, daß auf 126 Schwingungen des ersten Pendels knapp 120 Schwingungen des zweiten Pendels kommen.

In Abschn. 10a haben wir erwähnt, daß die Schwingungsdauer eines Pendels nicht von seiner Masse abhängig ist. Hierzu müssen wir an dieser Stelle ergänzend bemerken, daß die Schwingungsdauer wohl aber von der Verteilung der Masse abhängt.

Die Änderung der Schwingungszahl durch Verschieben der Massen hat Huygens zur Einstellung des Pendels benutzt. Wir kommen später darauf zurück.

Nachdem wir so die Eigenschaften des aus zwei Massenpunkten zusammengesetzten Pendels erkannt haben, ist ohne weiteres einzusehen, daß ein grundsätzlicher Unterschied nicht besteht, wenn wir zu dem aus unendlich viel Massenpunkten zusammengesetzten Pendel übergehen. Die Rechnung wird freilich etwas verwickelter. Zwar die Berechnung des Schwerpunktabstandes ist im allgemeinen nicht schwer, wohl aber die des Trägheitsmomentes. Deshalb haben wir vorsorgend das Trägheitsmoment in Abschn. 5 im Zusammenhang ausführlich behandelt und können bei Berechnungen auf die dortigen Ergebnisse zurückgreifen.

b) Berechnung eines Rieflerpendels

Mit Hilfe der Formel (53a) können wir die reduzierte Länge und damit die Schwingungsdauer eines jeden Pendels berechnen. Wollten wir uns aber an die Berechnung eines Rostpendels mit seinen vielen Teilen heranmachen, so würde für die Rechnung ein Tag wohl kaum ausreichen. Einfacher ist das Quecksilberpendel, und noch einfacher sind die neuesten und besten Pendel, das Riefler- und das Strasserpendel. Wir wählen als Beispiel das Rieflerpendel, und zwar ein solches für Uhr mit Luftabschluß, das eine zylindrische Linse hat (Abb. 71).

Abb. 71

Die Pendelfeder hat vom Drehpunkt bis zum unteren Stift eine Länge $l_0 = 1{,}8$ cm, die Masse der unteren Fassung nehmen wir mit zu der des Pendels, dessen Ausfräsung für den Pendelhaken damit ungefähr ausgefüllt wird. Der Pendelstab aus Nickelstahl hat eine Länge $l_1 = 125$ cm und einen Durchmesser $d_1 = 1{,}4$ cm; er wiegt $P_1 = 1100$ g. Die Pendellinse ist ein Hohlzylinder aus Rotguß mit dem Gewicht $P_2 = 5450$ g. Die Bohrung für den Pendelstab ist 1,46 cm $\varnothing$. Diese Bohrung ist von unten bis zur Mitte gesenkt, um Platz für das Ausgleichsstück zu bekommen, das die Linse in deren Mittelpunkt unterstützt, $\varnothing$ der Senkung = 2 cm. Diese beiden Bohrungen können wir uns ersetzt denken durch eine durchgehende Bohrung von $d_2 = 1{,}76$ cm $\varnothing$. Höhe des Zylinders $h = 18$ cm, äußerer $\varnothing$ $d_3 = 7$ cm. Der Mittelpunkt der Linse hat vom Drehpunkte einen Abstand $l_2 = 100{,}3$ cm. Pendelmutter und Ausgleichsstück fassen wir zusammen. Schwerpunkt und Trägheitsmittelpunkt denken wir uns in der oberen Ebene der Pendelmutter. Diese ist vom Drehpunkte $l_3 = 111{,}9$ cm entfernt. Das Gesamtgewicht ist $P_3 = 300$ g. Der Abstand der Linsenmitte von der Mutter ist $p = 11{,}6$ cm.

Von diesem Gebilde, das wir durch Vernachlässigung von Kleinigkeiten noch mehr vereinfacht haben, sind nun Trägheitshalbmesser und Schwerpunktsabstand zu berechnen, um nach Gl. (53a) die reduzierte Pendellänge zu finden. Die Rechnung wird einfacher, wenn wir diese Gleichung etwas umformen, indem wir den Bruch mit dem Gewicht $P = m \cdot g$ erweitern:

$$l = \frac{m \cdot g \cdot \varrho^2}{m \cdot g \cdot r},$$

dann steht im Zähler das Trägheitsmoment $\times$ Schwerebeschleunigung und im Nenner das Richtmoment.

$$\boxed{l = \frac{J \cdot g}{D}} \quad \ldots \ldots \quad (53\text{b})$$

Wir berechnen nun die Trägheitsmomente der drei Körper, wobei wir den Steinerschen Satz beachten, daß das Trägheitsmoment eines Körpers bezüglich einer beliebigen Achse gleich ist dem Trägheitsmoment des Körpers bezüglich einer parallelen, durch den Schwerpunkt gehenden Achse, vermehrt um das Trägheitsmomente der im Schwerpunkte vereinigt gedachten Masse bezüglich der ersten Achse. Da in unserer Formel (53b) nicht J selbst steht, sondern $J \cdot g$, so können wir statt der Masse einfach das Gewicht nehmen.

1. Pendelstab

Wir können ihn als lange dünne Stange auffassen, deren Trägheitsmoment bezüglich des Mittelpunktes nach Gl. (15) ist $J = m \cdot \frac{l^2}{12}$. Der Abstand des Mittelpunktes von der Drehachse ist $\frac{l_1}{2} + l_0$, so daß