Das kleine Glied $(\Delta T)^2$ kann vernachlässigt werden, und die Gleichung vereinfacht sich zu

$$2\,\Delta T = T\cdot\frac{\lambda}{l},$$

für λ entwickelt

$$\lambda = l\cdot\frac{2\,\Delta T}{T},$$

worin ΔT die Verlängerung der Schwingungsdauer T bedeutet. Nehmen wir jetzt statt einer Schwingung T deren eine größere Zahl, z. B. die für mehrere Stunden oder für einen ganzen Tag, so wird aus ΔT das Nachbleiben in dieser Zeit.

$$\boxed{\lambda = l\cdot\frac{2\,\Delta t}{t}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

worin λ die Verlängerung oder Verkürzung der mathematischen Pendellänge und Δt das Nach- oder Voreilen der Uhr in der Zeit t bedeutet. Natürlich müssen λ und l im selben Maße gemessen werden, z. B. in Millimeter, und ebenso Δt und t, z. B. in Sekunden.

Nun gehen wir zum physischen Pendel über. Die Länge des gleichwertigen mathematischen Pendels ist

$$l = \frac{J\cdot g}{D}.$$

Da es sich nur um eine Überschlagsrechnung handelt, lassen wir alle Feinheiten weg und denken uns das Pendel zusammengesetzt nur aus Pendelstange und Linse. Dann ist

$$l = \frac{J_1\cdot g + J_2\cdot g}{D_1 + D_2},$$

wo der Index 1 sich auf die Stange, 2 auf die Linse bezieht. Wird nun die Linse um Δl gesenkt, so können wir annehmen, daß ihr Trägheitsmittelpunkt und Schwerpunkt um Δl gesenkt werden.

So erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} J_2'\cdot g &= P_2(\varrho_2 + \Delta l)^2 = P_2\cdot\varrho_2^2 + P_2\cdot 2\cdot\varrho_2\cdot\Delta l \\ &= J_2\cdot g + \Delta J_2\cdot g \\ D_2' &= P_2(r_2 + \Delta l) = P_2\cdot r_2 + P_2\cdot\Delta l = D_2 + \Delta D_2 \end{aligned}\right\} (55)$$

und die neue reduzierte Pendellänge ist

$$l + \lambda = \frac{J\cdot g + \Delta J_2\cdot g}{D + \Delta D_2}.$$

Wir dividieren den Bruch auf der rechten Seite aus:

$$l + \lambda = \frac{J\cdot g}{D} + \frac{\Delta J_2\cdot g}{D} - \frac{J\cdot g}{D}\cdot\frac{\Delta D_2}{D} + \ldots$$

Für $\frac{J\cdot g}{D}$ können wir l einsetzen und für $\Delta J_2\cdot g$ und ΔD_2 die Werte aus Gl. (55).

$$\lambda = \frac{P_2\cdot 2\,\varrho_2\,\Delta l}{D} - l\cdot\frac{P_2\cdot\Delta l}{D}$$
$$= \frac{P_2\cdot\Delta l}{D}\,(2\,\varrho_2 - l),$$

das Richtmoment D ist

$$D = P_1\cdot r_1 + P_2\cdot r_2.$$

Nun ist r_1 ungefähr $= 0{,}6\, r_2$, so daß

$$D = (0{,}6\, P_1 + P_2)\cdot r_2.$$

Für λ ergibt sich

$$\lambda = \frac{P_2\cdot\Delta l}{0{,}6\, P_1 + P_2}\cdot\frac{2\,\varrho_2 - l}{r_2}.$$

Mit einer für unseren Zweck genügenden Genauigkeit können wir $\varrho_2 = l = r_2$ setzen und erhalten für λ

$$\lambda = \frac{P_2\cdot\Delta l}{0{,}6\, P_1 + P_2} \quad \ldots\ldots \quad (55\,a)$$

Nehmen wir an, das Stangengewicht P_1 sei 15 % des Gesamtgewichtes P, das Linsengewicht $P_2 = 0{,}85$ P, so ergibt Gl. (55 a)

$$\lambda = \frac{0{,}85\, P\cdot\Delta l}{0{,}6\cdot 0{,}15\, P + 0{,}85\, P}$$
$$= \frac{\Delta l}{1{,}11};$$
$$\Delta l = 1{,}11\,\lambda.$$

Nehmen wir für das Stangengewicht 25 % an, so ergibt Gl. (55 a)

$$\lambda = \frac{0{,}75\, P\cdot\Delta l}{0{,}6\cdot 0{,}25\, P + 0{,}75\, P}$$
$$= \frac{\Delta l}{1{,}2};$$
$$\Delta l = 1{,}2\,\lambda.$$

Wir müssen demnach die Linse um 11 – 20 % mehr senken, als die Formel für die Verlängerung des mathematischen Pendels angibt. Die Gl. (54) lautet also in der Praxis

$$\boxed{\Delta l = l\cdot\frac{2\,\Delta t}{t} + 10\text{–}20\,\%} \quad \ldots \quad (56)$$

worin Δl die Verschiebung der Pendellinse bedeutet, l die Pendellänge, t die Beobachtungszeit, Δt die Abweichung in dieser Zeit. Die Zugabe 10 – 20 % gilt je nach dem die Pendelstange 15 – 25 % des Gesamtgewichts des Pendels ausmacht.

Hierzu zwei Beispiele.

1. Um welchen Betrag muß die Linse eines Sekundenpendels gehoben werden, wenn die Uhr im Tage eine Sekunde nachgeht?

l ist 994 mm, t = 86400 sec, $\Delta t = 1$ sec

$$\Delta l = 994\cdot\frac{2}{86\,400} = 0{,}023 \text{ mm}.$$

Fügen wir noch 10 % hinzu, so ergibt sich $\Delta l = 0{,}025$ mm.

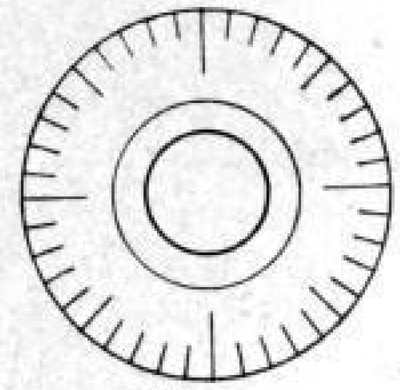

Abb. 72

Hat das Pendelgewinde 1 mm Steigung, so entspricht einer vollen Umdrehung der Mutter eine Gangänderung von 40 sec im Tage. Dem trägt man Rechnung, indem man eine 40er-Teilung auf der Mutter anbringt, wie Abb. 72 zeigt.

2. Ein Halbsekundenpendel macht in 6 Stunden 35 Minuten einen Fehler von 55 sec. Um welchen Betrag muß die Pendellinse verchoben werden?

l = 248,5 mm, t = 6 h 35 min = 23700 sec, $\Delta t = 55$ sec.

$$\Delta l = 248{,}5\cdot\frac{2\cdot 55}{23\,700} = 1{,}15 \text{ mm}.$$

Fügt man $12\frac{1}{2}\,\% = \frac{1}{8}$ hinzu, so erhält man 1,30 mm.

Statt den Zuschlag nachher hinzuzufügen, kann man ihn auch gleich in den Faktor 2 hineinziehen. Nehmen wir als Mittel $12\frac{1}{2}$ %, so nimmt Gl. (56) die Form an

$$\Delta l = l\,\frac{2{,}25\cdot\Delta t}{t} \quad \ldots\ldots \quad (56\,a)$$

Nach dieser Formel könnten wir nun eine Tabelle aufstellen, in der etwa die Änderung für 1 min im Tage für die verschiedenen Pendellängen oder die dazu gehörigen Schwingungszahlen zusammengestellt wären. Solche Tabellen für das mathematische Pendel (also ohne Zuschlag) finden sich in zahlreichen Schriften, Büchern und Kalendern, so daß wir hier darauf verzichten können.

Einfacher und hinreichend genau ist eine Rechentafel, wie Abb. 73 sie zeigt. Die Tafel ist nach Gl. (56 a) aufgestellt. Ihr Gebrauch ist folgendermaßen. Nehmen wir unsere soeben gerechnete Aufgabe: t = 6 h 35 min, $\Delta t = 55$ sec, Länge des Halbsekundenpendels. Auf der Wagerechten rechts suchen wir 55 sec, gehen von da