Im folgenden soll über die Ergebnisse der Rechnung kurz und gemeinverständlich berichtet werden. Man betrachte zunächst Abb. 2, die eines der vier freien Enden mit ihrem Belastungsgewicht darstellt. M ist der Mittelpunkt desselben. Liegt die Unruh horizontal, d. h. kann die Schwere keine Verbiegung der Reifen in ihrer Ebene hervorbringen, so befindet sich M an der eingezeichneten Lage. Stellt man die Unruh aber waagerecht, indem man sie an den Zapfen unterstützt, so verläßt M wegen der Biegsamkeit der Reifen seinen Platz und sackt nach unten durch. Dreht man die vertikale Unruh einmal langsam ganz herum, so beschreibt M relativ zur Unruh, d. h. für einen auf ihr festsitzend gedachten Beobachter, die übertrieben groß eingezeichnete langgestreckte Ellipse.

Nun wollen wir passende Zahlenwerte einführen. Die vorausgesetzten Dimensionen sind aus Abb. 1 erkennbar. Jedes der vier Belastungsgewichte möge 1 g wiegen, und der Elastizitätsmodul des Reifens werde auf 1,5 Milliarden g je Quadratzentimeter geschätzt, was einem Mittelwert zwischen Stahl und Messing entspricht. (Diese Zahl bedeutet, daß ein Stück des Reifens von 1 cm

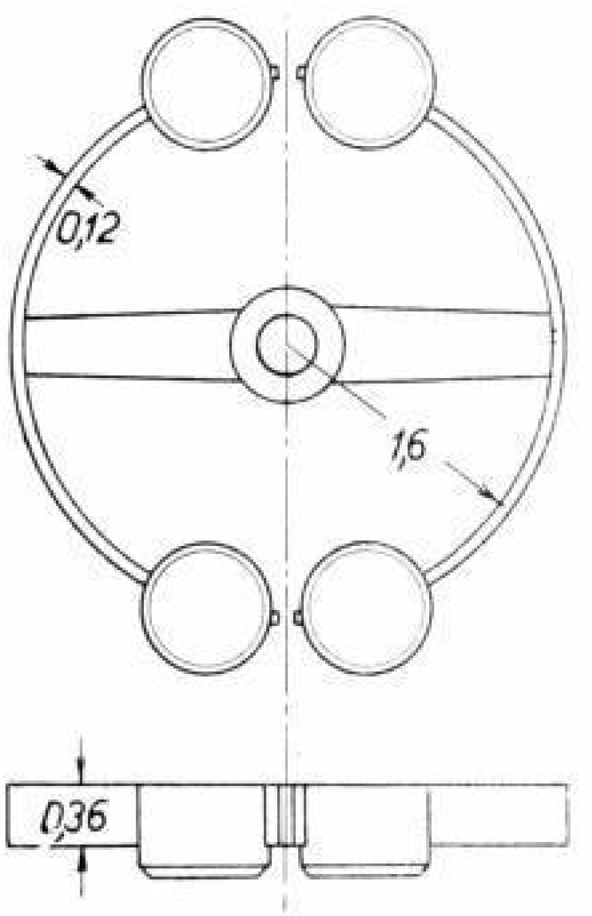

Abb. 1

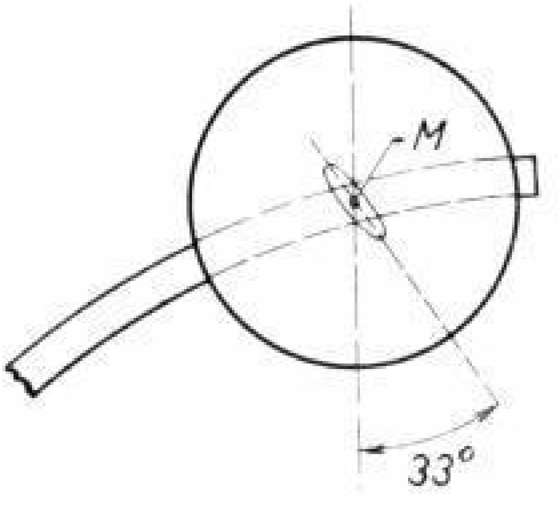

Abb. 2

Länge, mit 1 g Zugkraft je Quadratzentimeter belastet, mithin in Wirklichkeit um 0,12 · 0,36 g oder 43 mg sich um $\frac{1}{1\,500\,000\,000}$ seiner Länge ausdehnt.) Dann liegt die Längsachse der erwähnten Ellipse gegen die Schenkel unter einem Winkel von 57°, wie aus der Skizze ersichtlich ist. Diese höchste Verbiegung tritt dann ein, wenn die Schenkel mit der Waagerechten einen Winkel von 33° bilden; die Verschiebung des Gewichtsmittelpunktes M aus seiner Normallage beträgt in diesem schlimmsten Fall ein halbes Mikron ($1\ \mu = {}^1/_{1000}$ mm). Das ist nur eine kleine Strecke, aber für einen so empfindlichen Apparat wie eine Präzisionsunruh ist sie trotzdem nicht ohne Bedenken.

Man wird sich natürlich fragen, wie es möglich ist, daß eine so kleine Durchbiegung imstande sein soll, die auf der Waage liegende Unruh dermaßen stark zu beeinflussen, daß sie sich mit ihren Schenkeln waagerecht einstellt. Deshalb eben habe ich das Drehmoment berechnet, das durch die Absenkung der vier Belastungsgewichte in den verschiedenen Schenkellagen entsteht. Ich bin dabei auf ein lehrreiches Ergebnis gekommen, das ich der Vollständigkeit halber auch in Formelgestalt angeben will. Vielleicht hat dieser oder jener an ihm Interesse. Wenn φ der Winkel ist, den der Schenkel der Unruh mit der Waagerechten bildet, so beträgt dieses Drehmoment

$$10{,}3 \cdot \frac{G^2 \cdot r^3}{E \cdot b \cdot d^3} \cdot \sin 2\varphi \text{ Gramm} \cdot \text{Zentimeter.}$$

Darin ist G das Gewicht eines der vier Belastungsklötze in Gramm, r der Unruhhalbmesser, b die Klingenbreite und d deren Dicke, alles in Zentimeter, und E der schon oben genannte Elastizitätsmodul. Setzt man wieder G = 1 g, E = 1,5 Milliarden und entnimmt b (= 0,36) und d (= 0,12) der Konstruktionsskizze, so ergibt sich in Zahlen: $0{,}45 \cdot \sin 2\varphi$ mg · mm.

Da $\sin 2\varphi$ den Höchstwert 1 für $2\varphi = 90^0$ annimmt, so sieht man: Die durch die Verbiegung der Reifen entstehende zurückdrehende Drehkraft erreicht ihr Maximum, wenn die Schenkel mit der Horizontalen den Winkel 45° bilden, um bei weiterer Drehung kleiner zu werden und dann zu verschwinden, wenn die Schenkel senkrecht stehen und die aufgeschnittenen Stellen derselben auf der Waagerechten liegen. Bei noch weiterer Drehung kehrt die Drehkraft ihr Vorzeichen um, d. h. jetzt sucht die Unruh nicht in die Normallage mit waagerechten Speichen zurückzugehen, sondern sich zu überschlagen. Das ist ja auch praktisch leicht verständlich.

Bemerkenswert ist aber die außerordentliche Feinheit der Prüfung auf der Waage. Denn bei etwa $\varphi = 10^0$ Ausschlag beträgt das zurückdrehende Moment bloß $0{,}45 \cdot \sin 20^0 = 0{,}15$ mg · mm, wie es ausgeübt wird von einem Gewicht von 1 mg in einem Hebelarm von 0,15 mm. Und trotzdem setzt sich die Unruh erfahrungsgemäß in Bewegung und strebt der Lage zu, wo die Schenkel waagerecht liegen. Läßt man sie unberührt schwingen, so muß sich eine Halbschwingungsdauer von etwa einer halben Minute ergeben. Es wäre wertvoll, zu hören, ob man in der Praxis tatsächlich solche Schwingungszeit beobachtet hat.

Schließlich erhebt sich die wichtige Frage, welchen Einfluß diese ganze Sache auf die eigentliche Schwingung der Präzisionsunruh hat, wenn sie sich in senkrechter Lage befindet (was bei der Chronometerunruh freilich normalerweise nicht vorkommt). Ihre Beantwortung würde eine nicht unerhebliche mathematische Arbeit erfordern. Darüber deshalb lieber ein andermal.

Das Bedauern des Herrn Hugo Müller, daß die Unruh auf der Waage nicht um ihre ideale Achse schwingt, hat insofern Bedeutung, als durch die Rollung auf den Zapfen eine ganz geringe Verlangsamung der Schwingungsdauer eintritt, während die obigen Betrachtungen über das entstehende Moment keine Änderung erfahren, weil ja der tatsächliche Drehpunkt immer genau unter der idealen Achse liegt.

Herr Müller weist in seiner Zuschrift auch noch auf die Möglichkeit ungleichen Abfalls hin; bei dem hier zugrunde gelegten Fall kommt das der Symmetrie wegen natürlich nicht in Frage.

Man sieht wieder einmal, was alles bei der Reglage zu beachten ist. Darunter Dinge, an die man lange Zeit nicht im entferntesten gedacht hat. (I/380)