Keine Angst vor Formeln!

Die Berechnung unserer Zeigerwerke — Die Entwicklung einer einfachen Formelreihe und die Anwendung von Fluchtlinientafeln

Von Fritz Kießler

Aufgabe unserer Zeigerwerke ist es, dem Zeigerpaare die gleichzeitige Ausnutzung eines Zifferblattes zu ermöglichen.

Die Umlaufzahl des Minutenzeigers verhält sich gegenüber der des Stundenzeigers wie 12 : 1, und wir wissen, daß dieses Verhältnis der Umlaufzahl durch die Untersetzungen Viertelrad/Wechselrad und Wechseltrieb/Stundenrad unterteilt ist. Wir haben bei den Zeigerwerken also eine Bewegungsübertragung vom Schnellen ins Langsame.

Am Werktisch ergeben sich nun drei Fälle, in denen wir die Zeigerwerksrechnung gebrauchen. Einmal ist das Viertelrohr zu ersetzen, dann das Stundenrad, und schließlich ist gar das Wechselrad mit dem Trieb verlorengegangen. Um nun die richtigen Ersatzteile festzustellen, ermitteln wir mit Hilfe der im Uhrwerk gegebenen Ausmaße die Zahnzahl und die Größe des fehlenden Rades bzw. Triebes.

Zunächst ganz kurz einige Erläuterungen (Abb. 1).

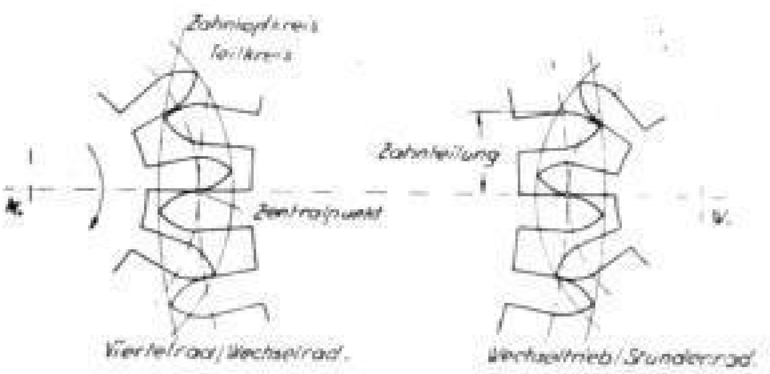

Abb. 1

Der Achsenabstand MW ist die Eingriffsentfernung c. Z ist die Zahnzahl, und die Fußnoten $_v$ = Viertelrad, $_w$ = Wechselrad, $'_w$ = Wechseltrieb, $_s$ = Stundenrad dienen der Unterscheidung.

Wir unterscheiden weiter den vollen über die Zahnspitzen gemessenen Durchmesser D und den Teilkreis oder wirksamen Durchmesser d.

Die Teilkreise zweier in Eingriff stehender Räder schneiden die Zentrale im Zentralpunkt. Die Summe ihrer beiden Radien ist gleich der Eingriffsentfernung, die Radien selbst stehen im umgekehrten Größenverhältnis wie die zugehörigen Umlaufszahlen.

Der Abstand von Zahn und Lücke auf dem Teilkreis ergibt die Zahnteilung. Die Teilung ist direkt proportional dem Umfang des Teilkreises und indirekt proportional der Zähnezahl. Je größer der Teilkreisdurchmesser, desto größer die Teilung, je größer die Zähnezahl, desto kleiner die Teilung. Die Kopfhöhe, die Zahnflanke und die Zahnstärke werden in einem Vielfachen der Teilung ausgedrückt.

Wir ersehen also: Die Zahnteilung ist für zwei zusammenarbeitende Räder gleich, und das Übersetzungsverhältnis ist gleich dem Verhältnis der Umlaufszahlen, es steht im umgekehrten Verhältnis zu den Teilkreisdurchmessern und zu den Zähnezahlen. Der volle Durchmesser ist um die doppelte Zahnkopfhöhe größer als der wirksame Durchmesser.

1. **Ein Viertelrohr oder Stundenrad ist zu ersetzen.**

Die Bestimmung der Zähnezahlen.

Die Umdrehungszahl der letzten Welle eines Räderwerkes bei einer Umdrehung des Antriebrades wird aus dem Produkt der umgekehrten Verhältnisse der Zähnezahlen der eingreifenden Räder ermittelt. So auch in unserer Zeigerwerksrechnung.

$$i = \frac{Z_w}{Z_v} \cdot \frac{Z_s}{Z'_w}$$

und weil i 12 : 1 ist, so haben wir

$$\frac{12}{1} = \frac{Z_w \cdot Z_s}{Z_v \cdot Z'_w}.$$

Eine algebraische Umstellung dieser Gleichung nennt uns die Zahnzahlen für das

$$\text{Viertelrohr } Z_v = \frac{Z_w \cdot Z_s}{12 \cdot Z'_w}$$

$$\text{Stundenrad } Z_s = \frac{Z_v \cdot Z'_w \cdot 12}{Z_w}$$

und, diese Formel gebrauchen wir für eine spätere Berechnung, für das

$$\text{Wechseltrieb } Z'_w = \frac{Z_w \cdot Z_s}{12 \cdot Z_v}.$$

Die Trieb- und Radabmessungen.

Das Größenverhältnis zweier in Eingriff stehender Räder ist uns aus dem Übersetzungsverhältnis bekannt. Man macht nun, weil bei den Zeigerwerken die Bewegungsübertragung vom Trieb aus erfolgt, den Triebzahn verhältnismäßig hoch, den Radzahn dagegen nieder. So ist die Kopfhöhe der Triebzähne 0,4 und die der Radzähne 0,45 der Teilung t.

Die Ableitung der Ausgangsformeln:

$$t = \frac{d_v \cdot \pi}{Z_v}.$$

$$\begin{aligned} D_v &= d_v + 2_k \\ &= d_v + 2 \cdot 0{,}4 \cdot t \\ &= d_v + 2 \cdot \frac{0{,}4 \cdot d_v \cdot \pi}{Z_v} \\ &= d_v \left(1 + \frac{2 \cdot 0{,}4 \cdot 3{,}14}{Z_v}\right) \\ &= d_v \left(\frac{Z_v + 2{,}5}{Z_v}\right) \end{aligned}$$

$$d_v = \frac{D_v \cdot Z_v}{Z_v + 2{,}5}.$$

Es ist aber auch:

$$d_v : d_w = Z_v : Z_w$$

$$d_v = \frac{d_w \cdot Z_v}{Z_w}$$

$$d_v = \frac{D_w \cdot Z_w \cdot Z_v}{(Z_w + 2{,}83) \cdot Z_w}$$

$$d_v = \frac{D_w \cdot Z_v}{Z_w + 2{,}83}$$

$$\begin{aligned} D_w &= d_w + 2_k \\ &= d_w + 2 \cdot 0{,}45 \cdot t \\ &= d_w + \frac{2 \cdot 0{,}45 \cdot d_w \cdot \pi}{Z_w} \\ &= d_w \left(\frac{Z_w + 2{,}83}{Z_w}\right) \end{aligned}$$

$$d_w = \frac{D_w \cdot Z_w}{Z_w + 2{,}83}.$$

Und nach dem mathematischen Grundsatz: sind zwei Größen einer dritten gleich, so sind sie auch untereinander gleich, ist

$$\frac{D_v \cdot Z_v}{Z_v + 2{,}5} = \frac{D_w \cdot Z_v}{Z_w + 2{,}83}$$

oder algebraisch umgestellt:

$$\frac{D_v}{D_w} = \frac{Z_v + 2{,}5}{Z_w + 2{,}83}.$$