Dr. Giebel, Meisterschule Glashütte (Sachs.):

(Fortsetzung von Seite 249)

Trigonometrie in der Berechnung der Uhr

Da diese Hemmung vollständig symmetrisch ist, d. h. die Sekanten B_0A und GF_0 durch den Ankerdrehpunkt O′ gehen, ist die Rechnung für die Ausgangsklaue dieselbe wie für die Eingangsklaue. Ist das aber nicht der Fall, ist insbesondere die Hebung nicht gleicharmig oder liegt der Ankermittelpunkt nicht auf der Tangente (genauer: auf der Sekante), so sind die Verhältnisse bei Eingang und Ausgang verschieden und bedürfen einer gesonderten Berechnung.

Manchmal, besonders wenn der Anker nicht mit verschiebbaren Klauen ausgestattet, also aus einem Stück hergestellt ist, muß man die Anker- bzw. Segmenthöhe berechnen. Die Ankerhöhe ist die Höhe h in dem Dreieck $B_1O'G$. In dem vorliegenden einfachsten Fall ist dieses Dreieck gleichschenklig; die Schenkel sind r_a, der Winkel an der Spitze $B_1O'G$ ist $(\nu - \delta) + \nu$. Damit tritt hier zum erstenmal in Konstruktion und Berechnung der Winkel δ auf. In dem rechtwinkligen Dreieck $B_1O'U$ ist

gegeben: Hypotenuse $r_a = 20{,}412$ mm

$$\sphericalangle B_0O'U = \varepsilon = \frac{2\nu - \delta}{2} = \nu - \frac{\delta}{2} = 31^\circ\,9'\,13'' - 15' = 30^\circ\,54'\,13''.$$

gesucht: Ankathete h

$$\frac{h}{r_a} = \cos\varepsilon$$

$$h = r_a \cdot \cos\varepsilon$$

$$\underline{h = 17{,}514\ \text{mm}}$$

$$\begin{array}{c|ll} + & \lg r_a & = 1{,}309\,88 \\ + & \lg\cos\varepsilon & = 9{,}933\,50 - 10 \\ \hline & \lg h & = 1{,}243\,38 \end{array}$$

Da man werkstattmäßig nicht bequem vom Mittelpunkt aus messen kann, mißt man lieber vom Rande der Scheibe mit dem Halbmesser r_a (Abb. 29). Diese Segmenthöhe ist

$$s = h + r_a$$
$$= 17{,}514 + 20{,}412$$
$$\underline{s = 37{,}93\ \text{mm.}}$$

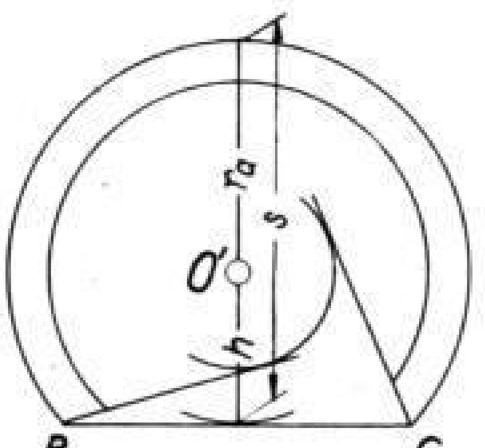

Abb. 29

Damit sind alle zur genauen Herstellung des Ankers und zum Einrichten der Hemmung nötigen Maße gefunden:

Achsenabstand Steigrad — Anker		**$c = 23{,}17$ mm,**
Durchmesser des äußeren Ankerkreises	**$2\,r_a$**	**$= 40{,}82$ mm,**
Durchmesser des inneren Ankerkreises	**$2\,r_i$**	**$= 38{,}48$ mm,**
Durchmesser des Hebungskreises	**$2\,\varrho$**	**$= 16{,}06$ mm,**
Segmenthöhe		**$s = 37{,}93$ mm.**

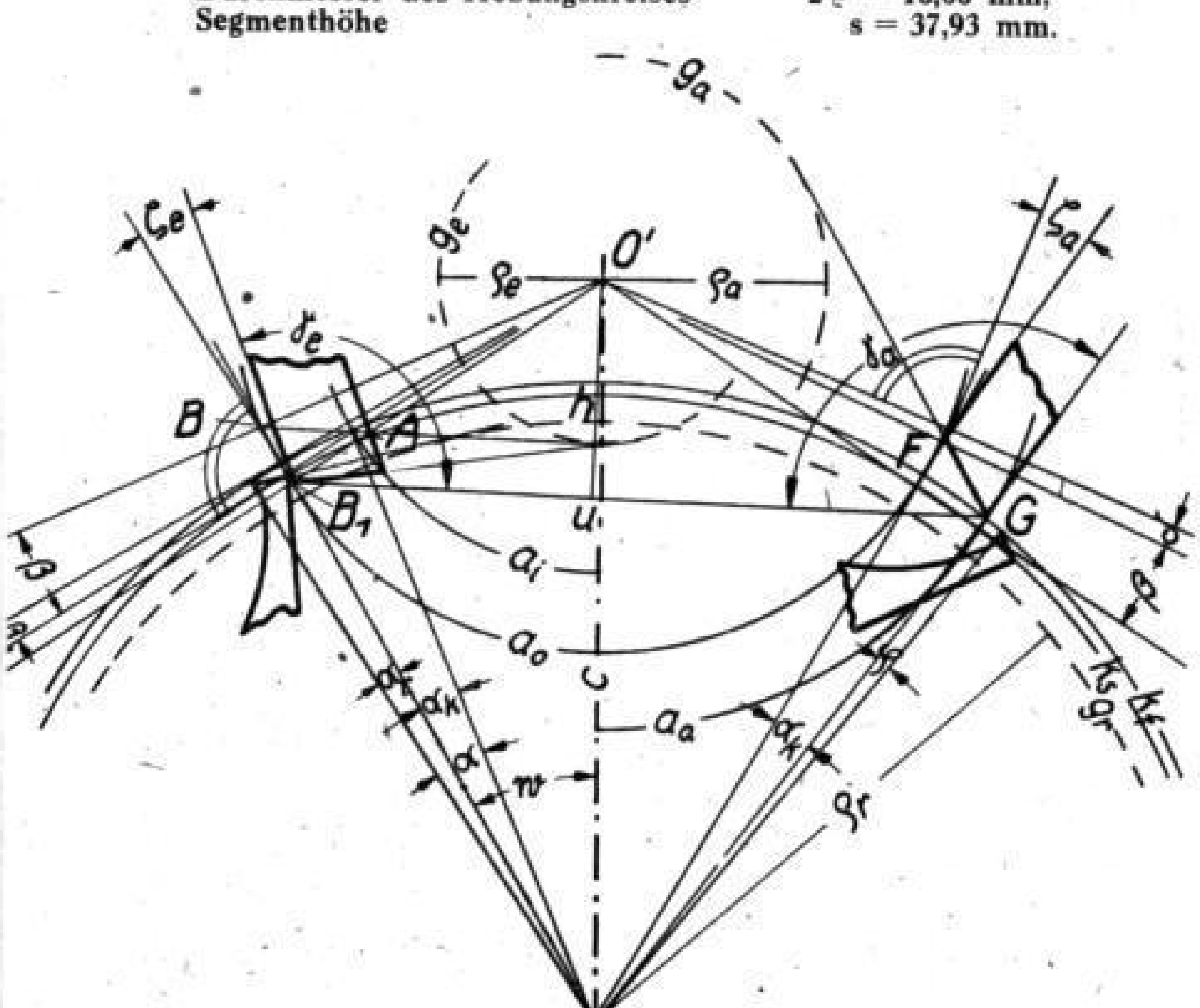

Abb. 30.

Diese Aufgabe war ziemlich einfach. Wenn sie vielleicht etwas verwickelt erschien, so lag das an den eingestreuten Bemerkungen und Erläuterungen, die aber notwendig waren für eine richtige Einstellung zum technischen Rechnen.

Will man für den Fall, daß dieselbe Aufgabe mit anderen Abmessungen auftreten könnte, die Arbeit verringern, so empfiehlt es sich, den Halbmesser des Steigrades nicht mit seiner wirklichen Größe einzuführen, sondern ihn gleich 1 zu setzen. Man muß dann zum Schluß sämtliche Längenmaße mit der jeweiligen Länge dieses Halbmessers multiplizieren.

Nun möge der Leser einige ähnliche Aufgaben selbständig lösen:

Aufgabe 9. Bei einer Graham-Hemmung, deren Ankermittelpunkt auf der Sekante liegt, hat das Steigrad 30 Zähne; der Anker faßt über $6^1/_2$ Teilungen und der Fall ist $\varphi = 1^1/_2{}^\circ$. Wie groß sind der Achsenabstand, der Halbmesser des äußeren und inneren Ankerkreises sowie der des Hebungskreises bei einer Hebung von 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$ und 3°?

Die gesuchten Werte sind:

$$\mathbf{c = 1{,}286\,r,\quad r_a = 0{,}8484\,r,\quad r_i = 0{,}7699\,r\ \text{und}}$$

für $\beta =$	**1°**	**$1^1/_2{}^\circ$**	**2°**	**$2^1/_2{}^\circ$**	**3°**
ist $\varrho =$	**$0{,}143\,r$**	**$0{,}210\,r$**	**$0{,}273\,r$**	**$0{,}331\,r$**	**$0{,}383\,r$**

Nun wollen wir zu einer umfangreicheren Hemmungsaufgabe übergehen:

Aufgabe 10. Bei einer Kolbenzahn-Ankerhemmung mit gleicharmiger Ruhe faßt der Anker über $2^1/_2$ Teilungen des 15 zahnigen Ankerrades. Der Fall ist $1^1/_2{}^\circ$. Die Führung ist zu $^1/_3$ auf den Zahn, zu $^2/_3$ auf die Klaue verteilt. Die Hebung von $8^1/_2{}^\circ$ kommt mit 2° auf den Zahn, mit $6^1/_2{}^\circ$ auf die Klaue. Die Ruhe ist $1^1/_2{}^\circ$, der Zugwinkel am Eingang 12°, am Ausgang $13^1/_2{}^\circ$. Der Ankermittelpunkt liegt $2^1/_2{}^\circ$ außerhalb der Tangente. Es sind die zur Konstruktion nötigen Stücke zu berechnen, insbesondere Achsenabstand, Halbmesser des Fersenkreises, der drei Ankerkreise und der drei Hebungskreise.

Gegeben: $r = 1$, $z = 15$, $n = 2^1/_2$, $\varphi = 1^1/_2{}^\circ$, $\delta = 1^1/_2{}^\circ$, $\alpha_r = 3^1/_2{}^\circ$, $\alpha_k = 7^\circ$, $\beta_r = 2^\circ$, $\beta_k = 6^1/_2{}^\circ$, $\mu = 92^1/_2{}^\circ$.

Gesucht: c, r_f, r_o, r_i, r_a, ϱ_r, ϱ_e, ϱ_a.

Die maßstäbliche Zeichnung (Abb. 30) gibt zwar einen Überblick über die Konstruktion, ist aber für Einzelheiten zu unübersichtlich, obgleich nur die notwendigsten Linien eingezeichnet sind. Wir benutzen deshalb verzerrte Zeichnungen, die uns einen klareren Einblick in die Zusammenhänge gestatten. Abb. 32 zeigt die Eignungsseite.

Aus den gegebenen Größen finden wir:

Teilung $\quad t = \frac{360^\circ}{z} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ,$

Ankerumfassungswinkel $\quad 2\,w = n \cdot t = 2^1/_2 \cdot 24^\circ = 60^\circ,$ $\quad w = 30^\circ,$

Führungswinkel $\quad \alpha = \frac{t}{2} - \varphi = 12^\circ - 1^1/_2{}^\circ = 10^1/_2{}^\circ,$

am Rade $\quad \alpha_r = \frac{1}{3}\,\alpha = 3^1/_2{}^\circ,$

an der Klaue $\quad \alpha_k = \frac{2}{3}\,\alpha = 7^\circ.$

1. Berechnung des Achsenabstandes c.

c liegt in dem Dreieck $O\,B_0\,O'$. In diesem ist bekannt:

$r = 1$, $w = 30^\circ$, $\mu = 92^1/_2{}^\circ$ und infolgedessen $\nu = 57^1/_2{}^\circ$.

Nach dem Sinussatz ist:

$$c : r = \sin\mu : \sin\nu$$

$$c = r \cdot \frac{\sin\mu}{\sin\nu}$$

Für μ setzen wir sein Supplement ein.

$$\underline{c = 1{,}184\,56\,r}$$

$$\begin{array}{c|ll} + & \lg\sin\mu & = 9{,}999\,59 - 10 \\ - & \lg\sin\nu & = 9{,}926\,03 - 10 \\ \hline & \lg c & = 0{,}073\,56 \end{array}$$

2. Berechnung des Ruhekreishalbmessers r_o.

Aus demselben Dreieck $O\,B_0\,O'$ ergibt sich nach dem Sinussatz:

$$r_0 : r = \sin w : \sin\nu$$

$$r_0 = r\,\frac{\sin w}{\sin\nu}$$

$$\underline{r_0 = 0{,}592\,84\,r}$$

$$\begin{array}{c|ll} + & \lg\sin w & = 9{,}698\,97 - 10 \\ - & \lg\sin\nu & = 9{,}926\,03 - 10 \\ \hline & \lg r_0 & = 0{,}772\,94 - 1 \end{array}$$

3. Berechnung des Fersenkreishalbmessers r_f.

r_f liegt in dem Dreieck $O\,B_f\,O'$ (Abb. 32). Darin ist bekannt:

$c = 1{,}184\,56\,r$, $\quad r_0 = 0{,}592\,84\,r$, $\quad \sphericalangle\,\nu' = \nu + \beta_r = 57^1/_2{}^\circ + 2^\circ = 59^1/_2{}^\circ$.

Der Winkel bei O ist nicht bekannt, er ist etwas größer als w, denn B_f liegt nicht auf der Verlängerung von $O\,B_0$, sondern auf dem Kreise a_0, der durch B_0 geht. Die drei oben genannten Stücke genügen, um r_f nach dem Cosinussatz zu berechnen: