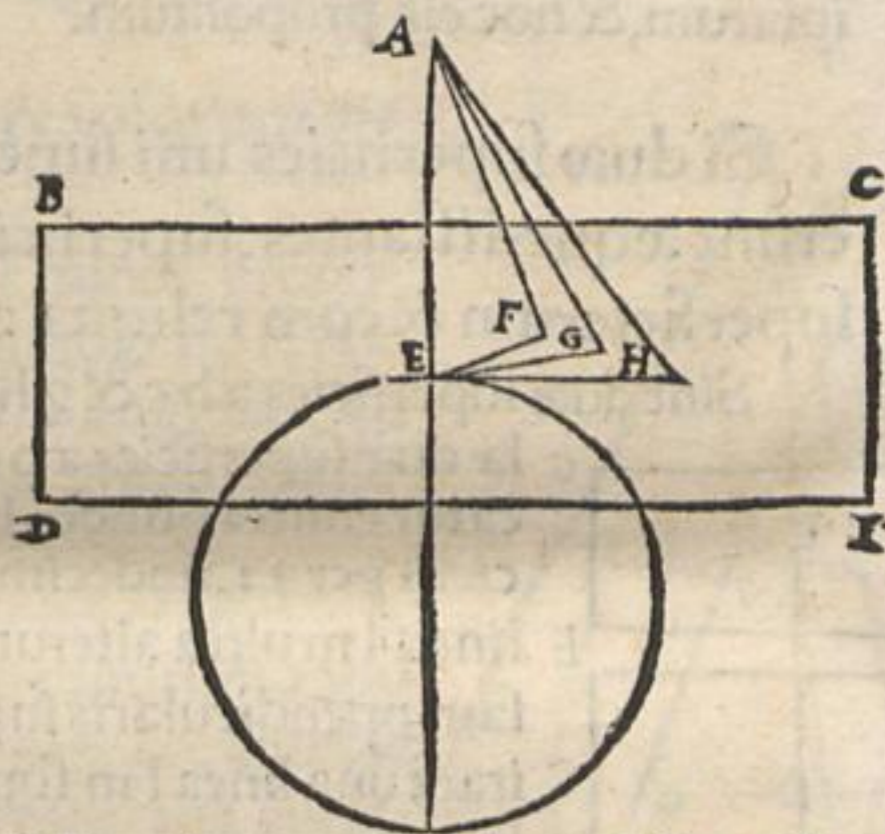


est impossibile & contra 3 2. primi, q̄ hoc etiã patet in superficiibus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quã cõtinet superficiẽ conuexã, est perpendicularis super planã superficiẽ ipsam conuexã, superficiem in puncto incidentiã lineã illius contingẽtẽ, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies spherica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pũcto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palãm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, p̄ducta quæq; corda f g, palãm, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planã uel conuexam, patet ergo p̄positum, quoniã in quibuscunq; alijs conuexis superficiibus est eodem modo demonstrandum.

## XXI.

Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

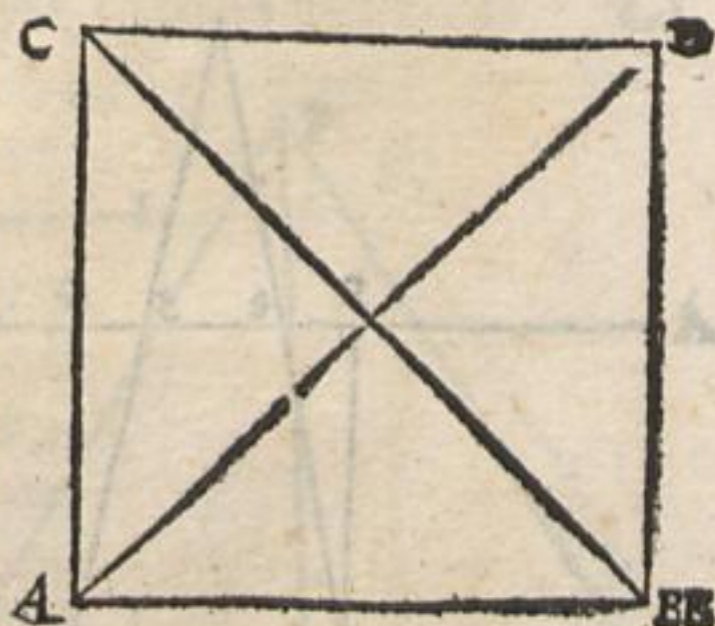
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiẽ datã, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, q̄ linea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palãm itaq; cum per 3 2. primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã linea a e per 1 2. primi breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiã aliarum quarumcũq; sic productarum, patet ergo p̄positũ in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniã si perpendicularis super conuexã superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingẽs superficiem conuexã secundum punctum e, ducanturq; lineæ a f, a g, a h super superficiẽ planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, sed eadem productæ ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo p̄positum.



## XXII.

Ductæ à supremo termino lineæ super superficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuiuscunq; lineæ à puncto incidentiã lineæ rectæ in subiecta superficie p̄tractæ, necesse est correctã lineã superiacentẽ perpendicularẽ esse.

Sit punctum in aère datum quod sit a, à quo ad superficiem planam subiectam quæ sit b c d, erigatur linea per 1 2. undecimi quæ sit a b, incidẽs datæ superficiẽ in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineã d c, quæ sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcũq; punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaq; linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b c est rectus, ergo per penultimã primi quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratũ lineæ b c est æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimã 10. q̄ linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratũ itaq; lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum quæ sunt a b & b d & c d, sed quadratũ lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b d, quadratũ ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum linearum a d & d c, ergo per ultimã primi angulus a d c est rectus, patet ergo, q̄ linea a d est p̄pendicularis sup lineã d c, quod est p̄positum.



b ij Duabus