$$x^2 \cos\gamma^2 + y^2 \cos\beta^2 + 2xy\cos\beta\cos\gamma - 2x\cos\gamma(b\cos\gamma - c\cos\beta) + 2y\cos\beta(b\cos\gamma - c\cdot\cos\beta) = 0,$$

also eine eingeschriebene Parabel, da B und C einander entsprechen und ebenso die beiden unendlich fernen Punkte. Der Brennpunkt wird erhalten, indem man noch eine vierte Tangente und die Umkreise zweier Tangentendreiecke bestimmt. Den Parameter erhält man nach dem in Nr. 1457 erwähnten Artikel von Salmon-Fiedler.

Hellmann.

3. Lösung: H sei der Höhenschnitt und A_0 die Mitte von BC; Durchmesser und Höhe aus A treffen den Umkreis in D und E. Weil B und C entsprechende Punkte sind, so verhalten sich die veränderlichen Strecken BQ und CP wie BD zu CD, also ist die Umhüllungskurve eine eingeschriebene Parabel und wegen $FB : FC = BD : CD$ ist der Brennpunkt F der Schnittpunkt der Gegenmittellinie des Dreiecks BCD mit dem Umkreise. Oder: Weil das Mittellot in A_0 Tangente ist, so ist HA_0D die Leitlinie, und weil das auf eine beliebige Tangente genommene Spiegelbild der Leitlinie durch den Brennpunkt geht, so geht A_0E durch F. Ist z der Abstand des Punktes E von HD, so hat man

$$p = z\cdot A_0F\cdot A_0E : A_0E^2 = a^2 z : HD^2 = a^2\cdot HE\cdot DE = HD^3$$
$$= 4r\sin\alpha^2\cos\beta\cos\gamma\sin(\gamma-\beta) : (\sin\alpha^2 - 4\cos\alpha\cdot\cos\beta\cos\gamma)^{\frac{3}{2}}.$$

Kücker. Stegemann. Stoll. Trognitz.

1460. (Gestellt von Pietzker $XXVI_8$, 579.) Zu beweisen ist die Formel: $\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \cos\frac{1}{2}\varphi\cdot\cos\frac{1}{4}\varphi\cdot\cos\frac{1}{8}\varphi\cdots$ in inf, aus der übrigens durch die Annahme $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ sich die besondere Formel ergiebt $\frac{1}{2}\pi = \frac{1}{\cos\frac{1}{4}\pi\cdot\cos\frac{1}{8}\pi\cdot\cos\frac{1}{16}\pi\cdots}$.

1. Beweis: Man betrachte eine Reihe von Kreissektoren, deren Bogen durch fortgesetztes Halbieren des zum ersten Sektor gehörigen Bogens entstehen. Die Schwerpunkte dieser Bogen seien vom Mittelpunkte des zugehörigen Kreises (Radius r) um l, l_1, $l_2\ldots$ entfernt. Hat nun der erste Sektor den Bogen $4r\varphi$, so ist $l = \frac{r\cdot\sin 2\varphi}{3\varphi}$, für den nächstfolgenden Sektor, dessen Bogen $2r\varphi$ ist, wird $l_1 = \frac{2r\cdot\sin\varphi}{3\varphi}$ u. s. w. Hieraus folgt $l = l_1\cos\varphi$ und entsprechend $l_1 = l_2\cos\frac{\varphi}{2}$ u. s. w. Mithin wird $l = l_\infty\cos\varphi\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\cdots$ Durch unendlich fortgesetztes Halbieren gelangt man zu einem Sektor, der als gleichschenkliges Dreieck aufgefaſst werden kann, dessen Höhe r ist, also wird $l_\infty = \frac{2}{3}r$, mithin

$$\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\cos\frac{\varphi}{8}\cdots$$

Pietzker.