allein in der Quantität, sondern auch in der Qualität hervorgegangen, sodaſs man mit Fug und Recht a und b die Produzenten, c das Produkt und das ganze eine Produktion nennen könnte. Dann wäre die Vertauschbarkeit der Faktoren klar und die Möglichkeit benannter, negativer und gebrochener Faktoren einleuchtend und die Einführung des Imaginären sicherlich nicht schwieriger als jetzt.

Werden die Faktoren (Produzenten) gleichnamig und gleich, so erhalten wir eine Potenz; die Faktoren heiſsen Basis, ihre Anzahl Exponent. Basis und Exponent lassen sich nicht vertauschen, sowenig wie bei der Vervielfältigung Multiplikand und Multiplikator. Der Exponent kann nur eine ganze positive Zahl sein, er wird aber künstlich auf alle Gröſsenarten ausgedehnt, indem man nachweist, daſs das Hauptgesetz der Potenzierung $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ für alle Exponenten gilt.

Hier giebt es zwei Umkehrungen, und zwar entspricht

das Radizieren dem Teilen,
das Logarithmieren dem Messen.

Hiernach giebt es also nur zwei Stufen:

I. Zwei (oder mehrere) Gröſsen von gleicher Art werden zu einer neuen Gröſse derselben Art verbunden: Addition.

II. Zwei (oder mehrere) Gröſsen gleicher oder verschiedener Art werden zu einer neuen Gröſse von anderer Art — gewissermaſsen von höherer Art oder von mehr Dimensionen — verbunden: Multiplikation.

Auſserdem giebt es noch Wiederholungen: Vervielfältigung und Potenzierung und Umkehrungen: Teilen und Messen, Radizieren und Logarithmieren.

Eine höhere Rechenstufe, als die Potenzierung ist undenkbar, weil man zwei Gröſsen nicht anders als nach Art der Addition oder nach Art der Multiplikation verbinden kann. Wer eine dritte Art erfindet, erfindet zugleich auch eine neue Rechenstufe, nebst Wiederholung und Umkehrungen.

$a^{a^{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}}$ enthält nur eine wiederholte Potenzierung d. h. die Wiederholung einer Wiederholung, also eine Wiederholung, stellt also keine neue Rechenstufe dar. Dasselbe gilt übrigens schon von der Potenzierung, wenn man sich an die landläufige Auffassung hält.