samer Individuen oder Unterklassen der verglichenen Klassen. Man kann diese kurzweg „Umfangsbeziehungen“ nennen. Schröder teilt sie nach dem Umfange der darin vorkommenden Begriffe ein in spezielle und allgemeine. Spezielle sind solche, in denen Subjekt und Prädikat nur solche Gebietssymbole enthalten, die in der „abgeleiteten“ Mannigfaltigkeit, d. h. in der Mannigfaltigkeit der Klassen, eindeutig sind. Z. B.:

Die Neger sind von schwarzer Hautfarbe.

Allgemein ist eine Proposition, wenn dies nicht der Fall ist, z. B. $a \mathrel{=\!\!\!\in} 1$, wo a ein beliebiges Gebiet vorstellt.

Nach den Beziehungen zwischen den Symbolen der Propositionen werden diese eingeteilt in analytische und synthetische. Die analytischen Urteile sind richtig für beliebige Werte der in ihnen vorkommenden Symbole, die synthetischen nicht.

Diese beiden Einteilungsgründe können vollständig mit einander verbunden werden und geben so vier Klassen von Urteilen. Es ist nur noch hervorzuheben, dafs darunter auch die falschen Urteile gehören, und zwar sind es spezielle analytische Urteile. Die analytischen Propositionen drücken Rechenvorschriften aus und gestatten die Umformung von Ausdrücken, liefern uns aber über die Gebiete keine neuen Wahrheiten. Gerade dies thun die synthetischen Urteile. So sind die Wahrheiten der Arithmetik analytische, die Axiome der Geometrie (nach Schröders, aber nicht von allen Mathematikern geteilter Ansicht) synthetische Propositionen ähnlich wie die Hypothesen der Naturlehre. Die allgemeinen synthetischen Propositionen bestimmen daher Klassen von Gebieten nach gewissen Anforderungen. Für eine jede solche ergiebt sich somit die Aufgabe, alle diejenigen Gebiete aufzusuchen, die ihr genügen, oder „die synthetischen allgemeinen Urteile aufzulösen“. Die Lösung dieser Aufgabe schliefst den Klassenkalkul ab.

Die zu bestimmenden Gebiete werden als Unbekannte betrachtet, ihre möglichen Wertsysteme sind die „Wurzeln“ der Propositionen. Eine partikulare Lösung giebt nur einige, die allgemeine Lösung alle Wurzeln an. Die Auflösung jedes hierher gehörigen Problems geschieht nun durch die Sätze:

49) Die Gleichung

$$ax + bx_1 = 0$$

ist äquivalent einer jeden der beiden Doppelsubsumtionen

$$b \mathrel{=\!\!\!\in} x \mathrel{=\!\!\!\in} a_1 \text{ und } a \mathrel{=\!\!\!\in} x_1 \mathrel{=\!\!\!\in} b_1,$$

womit nebenher gegeben ist $b \mathrel{=\!\!\!\in} a_1$ sowie $a \mathrel{=\!\!\!\in} b_1$.

50) Die Gleichung

$$ax + bx_1 = 0$$